

ФИО ученика \_\_\_\_\_  
 ФИО учителя \_\_\_\_\_  
 Город/район \_\_\_\_\_  
 Школа \_\_\_\_\_

Таблица полученных ответов

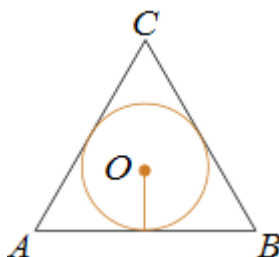
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

### ВАРИАНТ 1

#### Часть 1

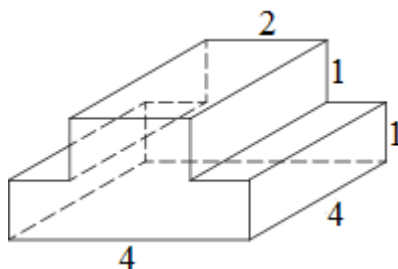
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 44. Найдите высоту этого треугольника.



2. Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны  $3\sqrt{5}$  и  $4\sqrt{10}$ , а угол между ними равен  $45^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



4. У Вити в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Витя наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.

5. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 8. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно два броска? Ответ округлите до тысячных.

6. Решите уравнение  $\frac{13}{x^2 + 12} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

ФИО ученика \_\_\_\_\_

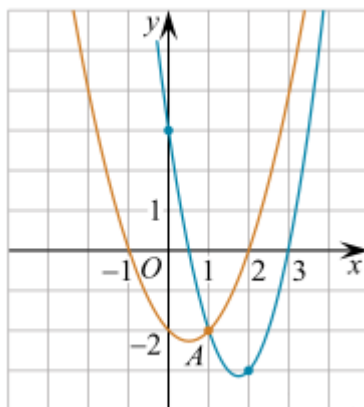
7. Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{6\frac{3}{7}} - \sqrt{2\frac{6}{7}}\right) : \sqrt{\frac{5}{63}}$ .

8. Прямая  $y = -6x - 10$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 4x^2 - 6x - 10$ . Найдите абсциссу точки касания.

9. Два тела, массой  $m = 9$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 6$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ , где  $m$  — масса (в кг),  $v$  — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом  $2\alpha$  должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 81 Дж. Ответ дайте в градусах.

10. Моторная лодка прошла против течения реки 63 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = x^2 - x - 2$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



12. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 + 12x^2 + 36x + 88$  на отрезке  $[-5; -0,5]$ .

## Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $\sqrt{2\cos^2 x - 4\cos x + 3} = \sqrt{\cos x + 6}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

14. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром длины 1. Точка  $P$  — середина  $A_1 D_1$ , точка  $Q$  делит отрезок  $AB_1$  в отношении 2 : 1, считая от вершины  $A$ ,  $R$  — точка пересечения отрезков  $BC_1$  и  $B_1 C$ .

ФИО ученика \_\_\_\_\_

а) Найдите площадь сечения куба плоскостью  $PQR$ .

б) Найдите отношение, в котором плоскость сечения делит диагональ  $AC_1$  куба.

15. Решите неравенство  $\frac{\sqrt{1-x^3}-1}{x+1} \leq x$ .

16. Саша положил некоторую сумму в банк на 4 года под 10% годовых. Одновременно с ним Паша такую же сумму положил на два года в другой банк под 15% годовых. Через два года Паша решил продлить срок вклада еще на 2 года. Однако к тому времени процентная ставка по вкладам в этом банке изменилась и составляла уже  $p\%$  годовых. В итоге через четыре года на счету у Паши оказалась большая сумма, чем у Саши, причем эта разность составила менее 10% от суммы, вложенной каждым первоначально. Найдите наибольшее возможное целое значение процентной ставки.

17. Окружность радиуса  $\frac{120}{17}$  с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  касается сторон  $AB$  и  $BC$ , равных соответственно 10 и 24.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  — прямоугольный.

б) Найдите высоту, опущенную из вершины прямого угла треугольника  $ABC$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x + 3|y| + 5 = 0, \\ (x - a)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

имеет четыре решения?

19. В течение  $n$  дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждые из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество чисел меньше, чем в предыдущий день.

а) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 8. Может ли  $n$  быть больше 7?

б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 4, среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4,5?

в) Известно, что  $n = 4$ . Какое наименьшее количество чисел могло быть записано за все эти дни?

ФИО ученика \_\_\_\_\_