

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-0,8

Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желааем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

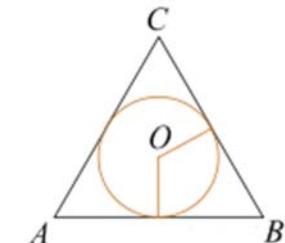
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



Ответ: _____.

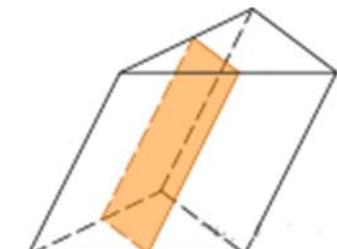
2

Даны векторы $\vec{a}(3; 4)$ и $\vec{b}(-4; -3)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

3

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

4

В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ: _____.

5

Игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно два броска? Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

6

Решите уравнение $\frac{14}{x^2-2} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней

Ответ: _____.

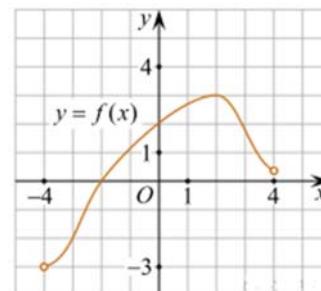
7

Найдите значение выражения $\frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1}b^{-4}}$.

Ответ: _____.

8

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 4)$. Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$.



Ответ: _____.

9

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a=12$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0t + \frac{at^2}{2}$, где t — время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 30 км от города. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

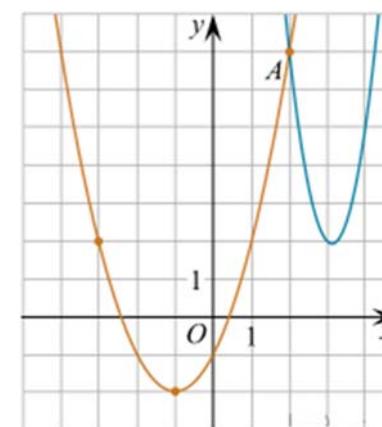
10

После смешения двух растворов, первый из которых содержал 150 г кислоты, а второй содержал 60 г такой же кислоты, получили 400 г нового раствора. Найдите концентрацию первого раствора (в процентах), если известно, что она на 20 больше концентрации второго (в процентах).

Ответ: _____.

11

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 - 25x + 41$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

12

- Найдите наибольшее значение функции $y = 10\sin x - \frac{36}{\pi}x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

- a) Решите уравнение: $(\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0$
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$

14

- Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

- a) Докажите, что $AA_1 = AC$.
 б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 6$, $BC = 3$.

15

- Решите неравенство: $\frac{(x^2+x)\lg(x^2+2x-2)}{|x-1|} \geq \frac{\lg(-x^2-2x+2)^2}{x-1}$

16

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 600 000 рублей на 26 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа с 1 по 25 месяц долг должен уменьшаться на одну и ту же сумму;
- 15-го числа 26 месяца долг должен быть погашен.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 25 месяца, если всего было выплачено 691 тысяч рублей?

17

В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

- a) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 7|x+1| + 5\sqrt{x^2 + 2x + 5} = 2a + 3|x-4a+1|$$

имеет хотя бы один корень.

19

В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

- a) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?
 б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40 000 рублей, а остальные поделить поровну на 70 сотрудников?
 в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.