

## **Математика, 9 класс** **Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развернутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ ,  
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

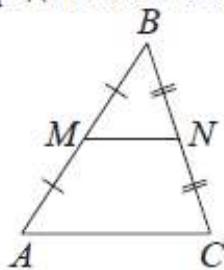
Таблица квадратов двузначных чисел

|         |   | Единицы |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|---|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|         |   | 0       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| Десятки | 1 | 100     | 121  | 144  | 169  | 196  | 225  | 256  | 289  | 324  | 361  |
|         | 2 | 400     | 441  | 484  | 529  | 576  | 625  | 676  | 729  | 784  | 841  |
|         | 3 | 900     | 961  | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
|         | 4 | 1600    | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
|         | 5 | 2500    | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
|         | 6 | 3600    | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
|         | 7 | 4900    | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
|         | 8 | 6400    | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
|         | 9 | 8100    | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

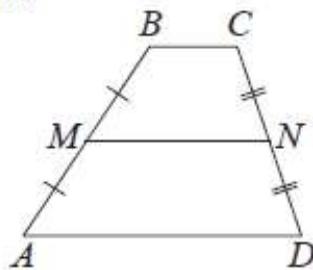
## ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

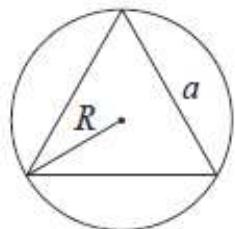


$$\begin{aligned} MN & - \text{ср. лин.} \\ MN & \parallel AC \\ MN & = \frac{AC}{2} \end{aligned}$$

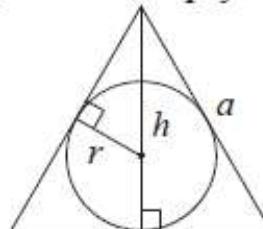


$$\begin{aligned} BC & \parallel AD \\ MN & - \text{ср. лин.} \\ MN & \parallel AD \\ MN & = \frac{BC + AD}{2} \end{aligned}$$

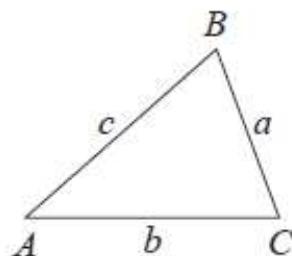
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$\begin{aligned} R & = \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ S & = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} r & = \frac{a\sqrt{3}}{6} \\ h & = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$



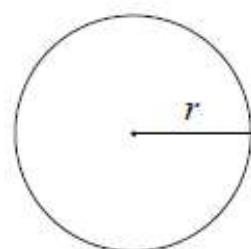
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  – радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

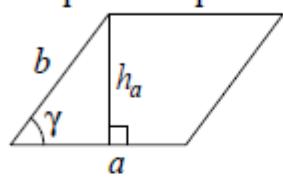


Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

## Площади фигур

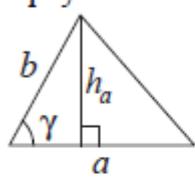
### Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

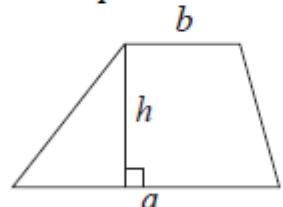
### Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

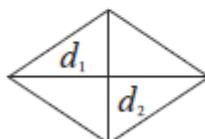
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

### Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

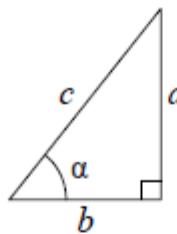
### Ромб



$$d_1, d_2 - \text{диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

### Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

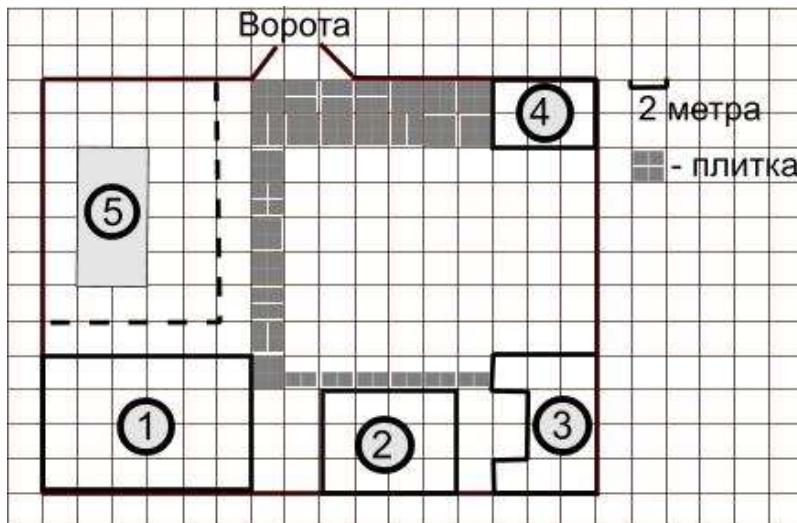
### Некоторые значения тригонометрических функций

| $\alpha$                   | градусы | $0^\circ$            | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$ | $90^\circ$ | $180^\circ$ | $270^\circ$ | $360^\circ$ |
|----------------------------|---------|----------------------|----------------------|----------------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $\sin \alpha$              | 0       | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          | 0          | -1          | 0           |             |
| $\cos \alpha$              | 1       | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          | -1         | 0           | 1           |             |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | 0       | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | -          | 0          | -           | 0           |             |

## Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочтите внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Наврусьово, ул. Проломная, д. 2 (сторона каждой клетки на плане равна  $2 \times 2$  м).

Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится гараж, а справа огород с теплицей посередине. В дальнем правом от входа углу участка расположен жилой дом, в дальнем левом углу сарай, совмещенный с дровяником, а между ними баня. Подъезд к гаражу и дорожки внутри участка вымощены плиткой  $1 \times 1$  м.

**1** Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. В ответ перенесите последовательность четырех цифр.

| Объекты | Баня | Жилой дом | Гараж | Теплица |
|---------|------|-----------|-------|---------|
| Цифры   |      |           |       |         |

**2** Тротуарная плитка продается упаковками по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить часть участка и дорожку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Найдите длину всех стен (периметр) гаража в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Найдите площадь, которую занимает баня (в  $\text{м}^2$ ).

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Хозяин участка хочет перестелить полы в доме. Для этого нужно приобрести 73 упаковки ламината в одном из трех магазинов. Цены и условия доставки приведены в таблице.

| Магазин | Стоимость упаковки ламината (руб. за 1 упаковку) | Стоимость доставки | Дополнительные условия                                     |
|---------|--|--------------------|--|
| A       | 2950   | 4400 руб.          |  |
| B       | 3100   | 5400 руб.          | При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно |
| C       | 2980   | 3400 руб.          | При заказе более 75 пачек доставка бесплатно               |

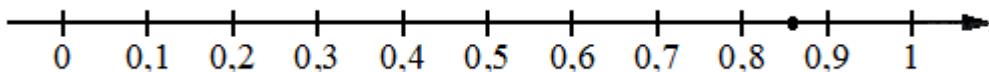
Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $2\frac{1}{7} \div \frac{2}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Одно из чисел  $\frac{4}{7}; \frac{6}{7}; \frac{8}{7}; \frac{13}{7}$  отмечено на прямой точкой. Найдите сумму трех остальных чисел и запишите ее в ответ, умножив на 14.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите значение выражения  $\frac{b^{-4,53} \cdot b^{-3,9}}{b^{-6,43}}$  при  $b=5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите корни уравнения  $\sqrt{30-x} = x$ .

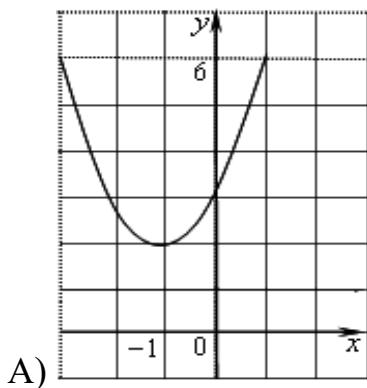
Если корней несколько, в ответ запишите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

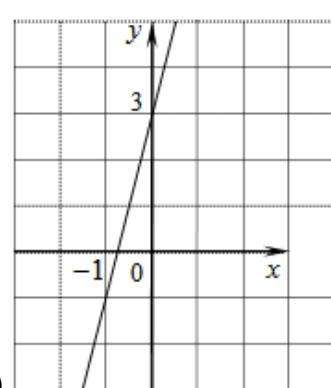
**10** Игорь и Володя играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выиграет тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что Игорь проиграл.

Ответ: \_\_\_\_\_.

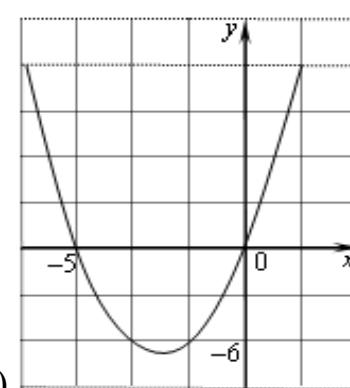
**11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



А)



Б)



В)

1)  $y = 2x + 3$

2)  $y = x^2 + 5x$

3)  $y = 3x - 2$

4)  $y = (x + 1)^2 + 2$

| А | Б | В |
|---|---|---|
|   |   |   |

Ответ:

**12** Площадь треугольника  $S$  ( $\text{м}^2$ ) можно вычислить по формуле  $S = \frac{1}{2}ah$ , где  $a$  — сторона треугольника,  $h$  — высота, проведенная к этой стороне (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите сторону треугольника  $a$ , если площадь треугольника равна  $36 \text{ м}^2$ , а высота  $h$  равна  $12 \text{ м}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Найдите сумму целочисленных решений, удовлетворяющих системе неравенств:

$$\begin{cases} 4x + 20 \geq 0, \\ x + 3 \leq 2. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Последовательность  $a_n$   $n=1, 2, 3 \dots$ , задана формулой  $a_n = \frac{43}{n+6}$ . Сколько членов этой последовательности больше 4?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $150^\circ$ . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

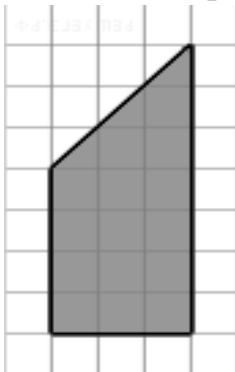
**16** На гипотенузу  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  опустили медиану  $CH$ . Найдите длину окружности, радиус которой равен  $AB$ , если длина медианы  $CH$  равна 4. В ответ запишите длину окружности, деленную на  $\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** Сторона ромба равна 10, а диагональ равна 12. Найдите площадь ромба.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18** Найдите длину средней линии трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**19** Какие из следующих утверждений неверны? В ответ запишите их номера без пробелов и запятых в порядке возрастания.

- 1) Через любые три точки проходит ровно одна прямая.
- 2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
- 3) Если угол равен  $45^\circ$ , то вертикальный с ним угол равен  $45^\circ$ .
- 4) Если расстояние от точки до прямой меньше 1, то и длина любой наклонной, проведенной из данной точки к прямой, меньше 1.

Ответ: \_\_\_\_\_.



*Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

**20** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ xy = -2. \end{cases}$$

**21** Петр, Дима и Виктор красят забор за 16 часов. Петр и Дима красят забор за 24 часа. Дима и Виктор красят этот же забор за 30 часов. За сколько часов Виктор и Петр вдвоем красят забор?

**22** Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & x \geq -4 \\ -\frac{16}{x}, & x < -4 \end{cases}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y=m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**23** Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите диаметр окружности, если  $AB=20$ ,  $AC=25$ .

**24** В параллелограмме  $ABCD$  проведены перпендикуляры  $BF$  и  $DE$  к диагонали  $AC$ . Докажите, что  $BEDF$  параллелограмм.

**25** Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 8. Окружность радиуса 5 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .



*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*