

Математика, 9 класс

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

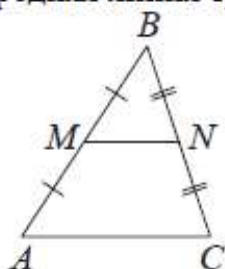
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

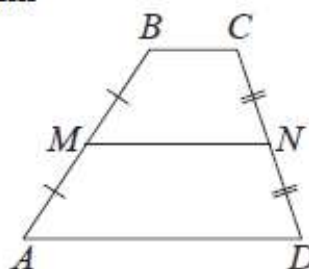
Средняя линия треугольника и трапеции



MN – ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



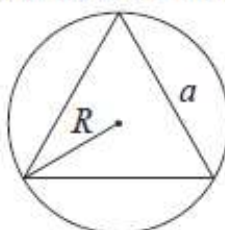
$BC \parallel AD$

MN – ср. лин.

$MN \parallel AD$

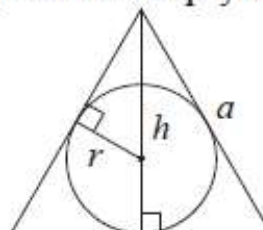
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



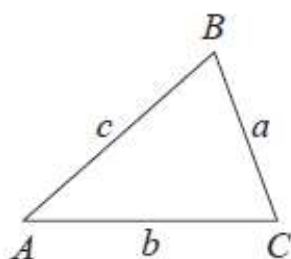
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



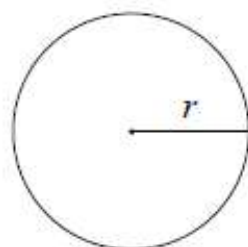
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R – радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

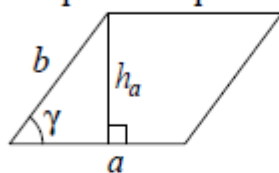


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

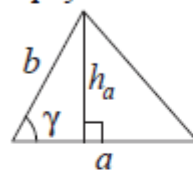
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

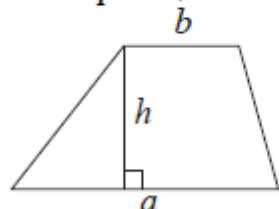
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

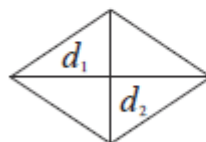
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

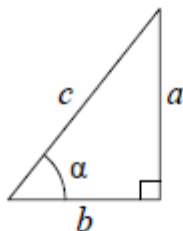
Ромб



d_1, d_2 – диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

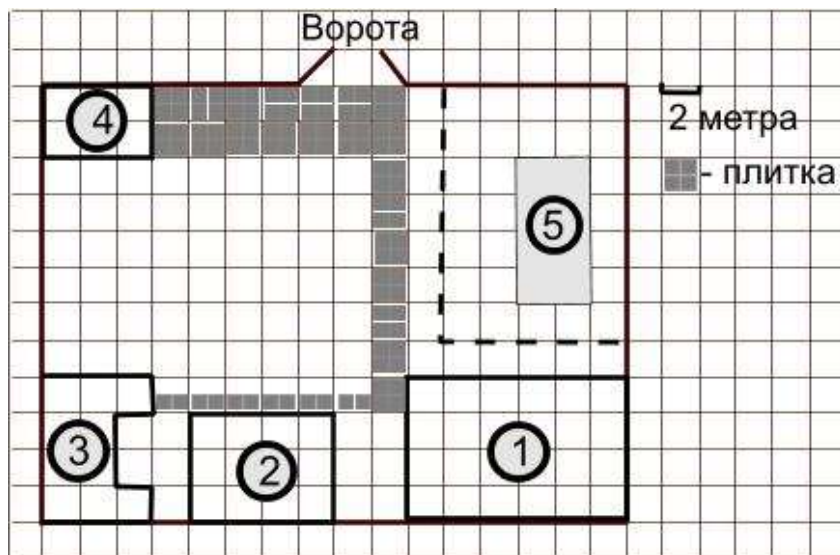
Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Крапоткино, Троицкий пер., д. 3 (сторона каждой клеточки на плане равна 2×2 м).

Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится гараж, а слева огород с теплицей посередине. В дальнем правом углу от входа расположен сарай, совмещенный с курятником. Рядом с ним построена баня, а в левом дальнем углу от входа – жилой дом. Подъезд к гаражу и дорожки внутри участка вымощены плиткой 1×1 м.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. В ответ перенесите последовательность четырех цифр.

Объекты	Баня	Теплица	Жилой дом	Гараж
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продается упаковками по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить часть участка и дорожку?

Ответ: _____.

- 3 Найдите расстояние между противоположными углами бани (длину диагонали) в метрах.

Ответ: _____.

4 Найдите площадь, которую занимает сарай, совмещенный с курятником (в м²).

Ответ: _____.

5 Хозяин участка хочет перестелить полы в доме. Для этого нужно приобрести 71 упаковку ламината в одном из трех магазинов. Цены и условия доставки приведены в таблице.

Магазин	Стоимость упаковки ламината (руб. за 1 упаковку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	2850	4400 руб.	
Б	3200	5400 руб.	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2880	3400 руб.	При заказе более 75 упаковок доставка бесплатно

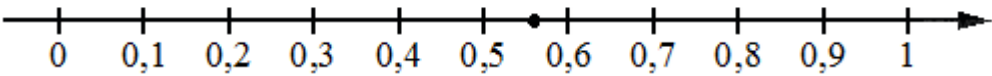
Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $2\frac{4}{7} \div \frac{4}{7}$.

Ответ: _____.

7 Одно из чисел $\frac{10}{23}; \frac{11}{23}; \frac{13}{23}; \frac{14}{23}$ отмечено на прямой точкой. Найдите сумму трех остальных чисел и запишите ее в ответ, умножив на 46.



Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $\frac{b^{-5,58} \cdot b^{-2,9}}{b^{-6,48}}$ при $b=2$.

Ответ: _____.

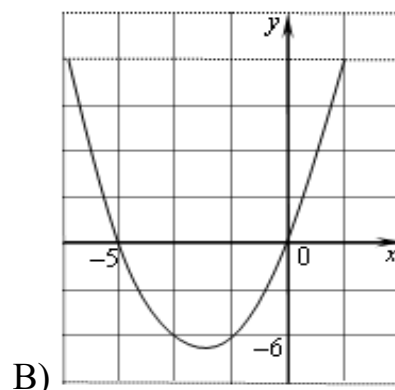
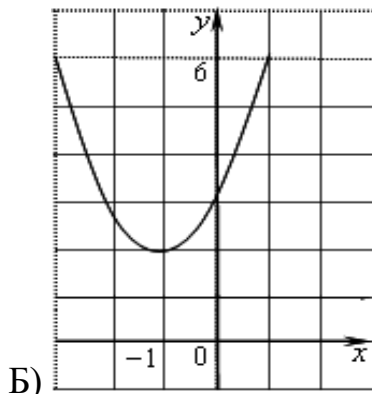
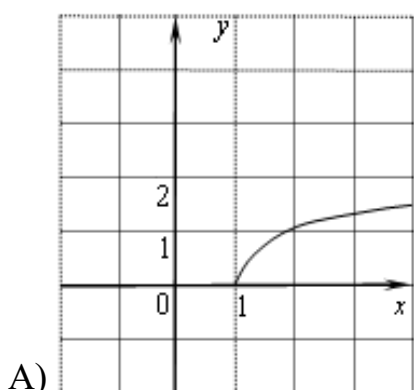
9 Найдите корни уравнения $\sqrt{28-3x} = x$.
Если корней несколько, в ответ запишите меньший из них.

Ответ: _____.

- 10** Игорь и Володя играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что Володя выиграл.

Ответ: _____.

- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1) $y = \sqrt{3x+1}$

2) $y = x^2 + 5x$

3) $y = \sqrt{x-1}$

4) $y = (x+1)^2 + 2$

Ответ:

А	Б	В

- 12** Площадь треугольника S (м^2) можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}ah$, где a — сторона треугольника, h — высота, проведенная к этой стороне (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите сторону треугольника a , если площадь треугольника равна 42 м^2 , а высота h равна 7 м .

Ответ: _____.

- 13** Найдите сумму целочисленных решений, удовлетворяющих системе неравенств:

$$\begin{cases} 3x + 15 \geq 0, \\ x + 4 \leq 1 \end{cases}$$

Ответ: _____.

- 14** Последовательность a_n $n=1, 2, 3 \dots$, задана формулой $a_n = \frac{56}{n+7}$. Сколько членов этой последовательности больше 5?

Ответ: _____.

- 15** Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 210° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

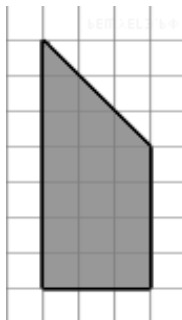
- 16 На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опустили медиану CH . Найдите длину окружности, радиус которой равен AB , если длина медианы CH равна 6. В ответ запишите длину окружности, деленную на π .

Ответ: _____.

- 17 Сторона ромба равна 13, а диагональ равна 24. Найдите площадь ромба.

Ответ: _____.

- 18 Найдите длину средней линии трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений неверны? В ответ запишите их номера без пробелов и запятых в порядке возрастания.

- 1) Сумма углов четырехугольника в два раза больше суммы углов треугольника.
- 2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
- 3) Если угол равен 45° , то смежный с ним угол равен 45° .
- 4) Если расстояние от точки до прямой меньше 1, то длина любой наклонной, проведенной из данной точки к прямой, больше 1.

Ответ: _____.



**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ xy = 2. \end{cases}$$
- 21** Петр и Дима красят забор за 20 часов. Дима и Виктор красят этот же забор за 30 часов, а Виктор и Петр — за 24 часа. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?
- 22** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & x \geq -2 \\ -\frac{18}{x}, & x < -2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 23** Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB=6$, $AC=9$.
- 24** В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC . Докажите, что $BEDF$ параллелограмм.
- 25** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 32. Окружность радиуса 20 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.