

**Математика, 11 класс**  
**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1.

КИМ    Ответ: -0,8    -0,8       Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**Желааем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

- 1** В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C,  $AB = 312$ ,  $AC = 120$ . Найдите  $\tg A$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Диагонали ромба ABCD равны 9 и 2. Найдите квадрат длины вектора  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Разница объемов шара и конуса равна 12. Найдите сумму их объемов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В классе 21 учащийся, среди них есть два друга. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что друзья окажутся в одной группе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** В кармане у Пети было 4 монеты по два рубля и 2 монеты по пять рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе пятирублёвые монеты лежат в разных карманах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения:  $\log_{11}(8-x) = \log_{11}(4-x) + 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите  $y(x+a) + y(a-x) + 5$ , если  $y(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-2a}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Прямая  $y = x + 5$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 3$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

После дождя уровень воды в колодце повышается. Если измерить время  $t$  падения небольших камешков в колодец, то можно рассчитать расстояние до воды по формуле  $h=bt^2$ , где  $h$  – расстояние в метрах,  $t$  – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 секунд. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 секунд? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

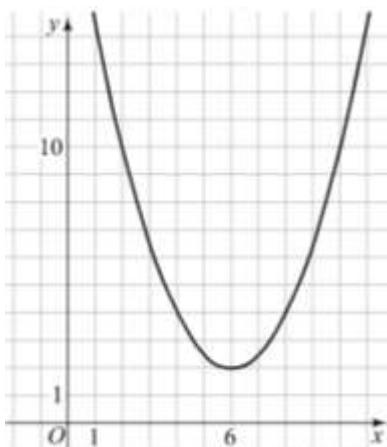
**10**

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 17 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются во второй раз, если скорость одного из них на 15 км/ч больше скорости другого?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

На рисунке изображён график функции вида  $f(x)=\frac{x^2}{a}+bx+c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  – целые. Найдите значение  $f(16)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 8x + 43).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $\left(6\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+5\cos(\pi-x)-4\right)\sqrt{-3\operatorname{ctg}x}=0$ .

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**14**

В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  все ребра равны 6.

а) Докажите, что  $BD_1 \perp AC$

б) Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $BD_1$ .

**15**

Решите неравенство:  $\left|\log_x \frac{x}{11}\right| \cdot \log_{9x}(5x^2) \leq \left|\log_x \frac{x}{11}\right|$ .

**16**

Бригаду из 60 рабочих нужно распределить по двум объектам. Если на первом объекте работает  $m$  человек, то каждый из них получает в сутки  $200m$  рублей. Если на втором объекте работает  $m$  человек, то каждый из них получает в сутки  $(50m + 300)$  руб. Необходимо распределить рабочих по объектам так, чтобы их суммарная суточная зарплата оказалась наименьшей. Сколько рублей в этом случае придётся заплатить за сутки всем рабочим?

**17**

Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $AC = 3MB$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите длину отрезка  $DN$ , где  $D$  — точка касания стороны  $AC$  и вписанной в треугольник  $ABC$  окружности,  $N$  — точка касания стороны  $AC$  и окружности, касающейся стороны  $AC$  и продолжений сторон  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AB=6$ ,  $BB_1=8$ .

**18**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение:

$$64a^6 + (a - 3x)^3 + 4x^2 + 3x - a = 0$$

имеет более одного корня.

**19**

В ряд выписаны квадраты всех натуральных чисел, начиная с 1. Каждое число заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили так же и действовали так до тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел.

а) Найдите 15-е число получившейся последовательности.

б) Найдите сумму первых 550 чисел получившейся последовательности.

в) Сумма  $m$  идущих подряд чисел получившейся последовательности равна 3074. Чему может равняться  $m$ ?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**