

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$ :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

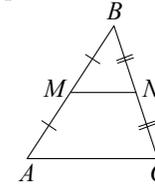
Таблица квадратов двузначных чисел

|         |   | Единицы |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|---|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|         |   | 0       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| Десятки | 1 | 100     | 121  | 144  | 169  | 196  | 225  | 256  | 289  | 324  | 361  |
|         | 2 | 400     | 441  | 484  | 529  | 576  | 625  | 676  | 729  | 784  | 841  |
|         | 3 | 900     | 961  | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
|         | 4 | 1600    | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
|         | 5 | 2500    | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
|         | 6 | 3600    | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
|         | 7 | 4900    | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
|         | 8 | 6400    | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
|         | 9 | 8100    | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

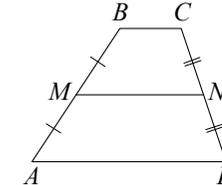
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

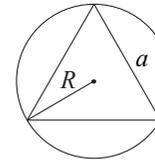


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$

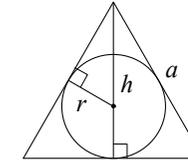


$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

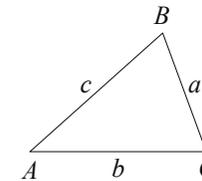
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



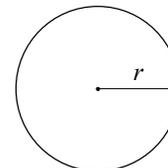
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

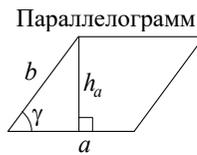
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

**Площади фигур**

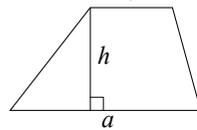
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

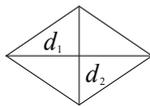


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

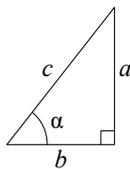
**Трапеция**

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

**Ромб**

$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

**Прямоугольный треугольник**

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

**Некоторые значения тригонометрических функций**

| $\alpha$                   | градусы | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           | $90^\circ$ | $180^\circ$ | $270^\circ$ | $360^\circ$ |
|----------------------------|---------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $\sin \alpha$              |         | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          | 0           | -1          | 0           |
| $\cos \alpha$              |         | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          | -1          | 0           | 1           |
| $\operatorname{tg} \alpha$ |         | 0         | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | —          | 0           | —           | 0           |

Копирование не допускается

**Часть 1**

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



Рис. 1

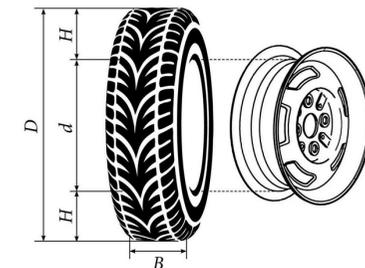


Рис. 2

Автомобильное колесо представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число означает ширину шины в миллиметрах (размер  $B$  на рис. 2). Второе число — высота боковины шины  $H$  в процентах от ширины шины. Например, шина с маркировкой 195/65 R15 имеет ширину  $B=195$  мм и высоту боковины  $H=195 \cdot 0,65=126,75$  (мм).

Буква R означает, что шина имеет радиальную конструкцию, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. Такие шины применяются на всех легковых автомобилях.

За буквой R следует диаметр диска  $d$  в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса  $D$  можно найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами 175/60 R15.

- 1 Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

| Ширина шины (мм) | Диаметр диска (дюймы) |                   |        |
|------------------|-----------------------|-------------------|--------|
|                  | 14                    | 15                | 16     |
| 165              | 165/70                | 165/60;<br>165/65 | —      |
| 175              | 175/65                | 175/60            | —      |
| 185              | 185/60                | 185/55            | 185/50 |
| 195              | 195/60                | 195/55            | 195/45 |
| 205              | —                     | —                 | 205/45 |

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Сколько миллиметров составляет высота боковины шины, имеющей маркировку 165/70 R14?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами 195/45 R16?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами 195/55 R15? Результат округлите до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения  $\frac{4}{5} : \frac{2}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Какое из чисел  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{28}$  и  $\sqrt{41}$  принадлежит промежутку  $[5; 6]$ ?

1)  $\sqrt{5}$                       2)  $\sqrt{6}$                       3)  $\sqrt{28}$                       4)  $\sqrt{41}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения  $\frac{(3 \cdot 8)^7}{3^7 \cdot 8^5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите корень уравнения  $-4 - 6x = 4x - 3$ .

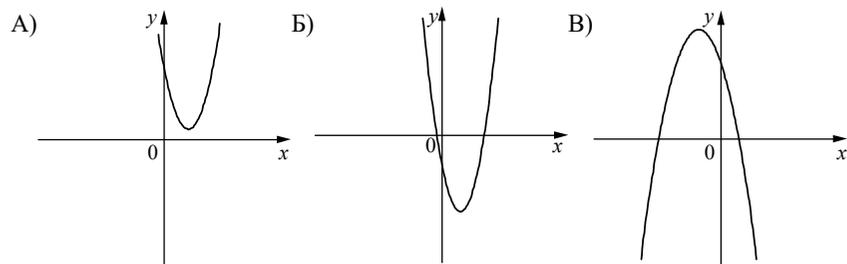
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 В магазине канцтоваров продаётся 255 ручек: 46 красных, 31 зелёная, 36 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет зелёной или синей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1)  $a < 0, c > 0$       2)  $a > 0, c < 0$       3)  $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

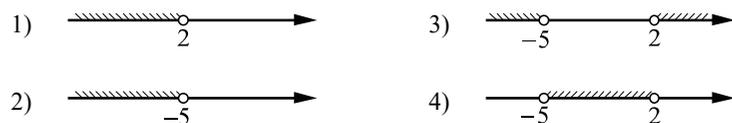
Ответ:

| А | Б | В |
|---|---|---|
|   |   |   |

- 12** Центробежное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м/с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  — угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $6 \text{ с}^{-1}$ , а центробежное ускорение равно  $72 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13** Укажите решение неравенства  $(x + 5)(x - 2) < 0$ .



Ответ:

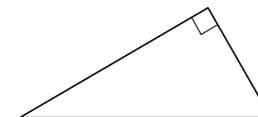
Копирование не допускается

- 14** В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 14 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

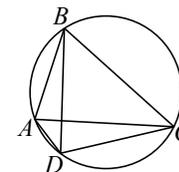
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 15** Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 15. Найдите гипотенузу этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

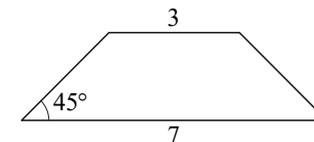


- 16** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $54^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $41^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



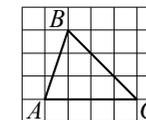
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17** В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 7, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

19) Какое из следующих утверждений является истинным высказыванием?

- 1) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.
- 3) Основания любой трапеции параллельны.

В ответ запишите номер истинного высказывания.

Ответ:



**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

### Часть 2

**При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

20)

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x^2 + y = 6, \\ 4x^2 - y = 1. \end{cases}$$

21)

Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

22)

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x + 1 & \text{при } x \geq -3, \\ -x - 2 & \text{при } x < -3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

23)

Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $65^\circ$  и  $85^\circ$ . Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 14.

24)

Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $L$ , лежащей на стороне  $AB$ . Докажите, что  $L$  — середина  $AB$ .

25)

В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 8$ ,  $BC = 4$ .



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**