

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

При выполнении работы разрешается использовать линейку.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

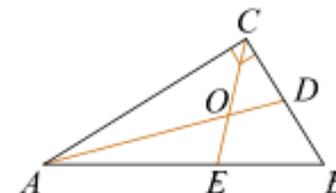
*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

**Часть 1**

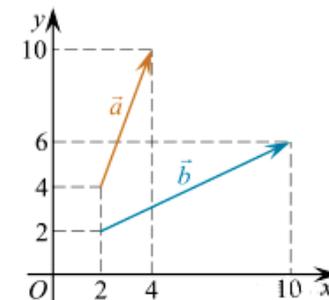
*Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1 Острый угол прямоугольного треугольника равен  $56^\circ$ . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



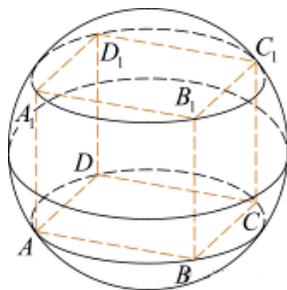
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} + \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Куб вписан в шар радиуса  $0,5\sqrt{3}$ . Найдите объем куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Китая будет выступать после группы из Канады и после группы из Англии? Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: \_\_\_\_\_.

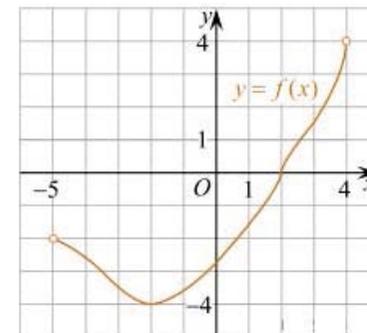
- 6 Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x-6} = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $21\sqrt{6}\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 4)$ . Найдите корень уравнения  $f'(x) = 0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

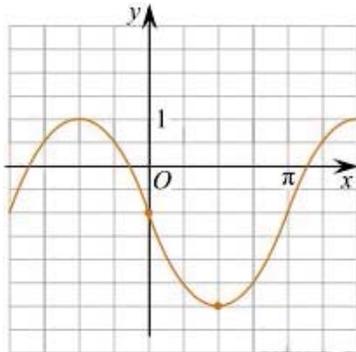
- 9 В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 72$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление дается формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 8 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 8 часов. Через 4 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a\sin x + b$ , где  $a$  и  $b$  — целые числа. Найдите  $y\left(\frac{25\pi}{6}\right)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 7x + 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x + \sqrt{3}} = 0$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .
- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  боковое ребро  $SA$  равно  $\sqrt{5}$ , а высота  $SH$  пирамиды равна  $\sqrt{3}$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $CD$  и  $AB$ , соответственно, а  $NT$  — высота пирамиды с вершиной  $N$  и основанием  $SCD$ .  
 а) Докажите, что точка  $T$  является серединой  $SM$ .  
 б) Найдите расстояние между  $NT$  и  $SC$ .
- 15 Решите неравенство  $\log_{5-x} \frac{x+2}{(x-5)^4} \geq -4$ .
- 16 Василий взял кредит в банке на срок 14 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 8%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Василием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Василием банку?
- 17 Точка  $E$  — середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . На стороне  $AB$  взяли точку  $K$  так, что прямые  $CK$  и  $AE$  параллельны. Отрезок  $CK$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ .  
 а) Доказать, что  $CO = KO$ .  
 б) Найти отношение оснований трапеции  $BC$  и  $AD$ , если площадь треугольника  $BCK$  составляет  $\frac{4}{121}$  площади трапеции  $ABCD$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(2|x| + x + a)^2 = 8x^2 + 2(x + a)^2$$

имеет единственный корень на интервале  $(-1; 1)$ .

19 Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из натуральных чисел, причём

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \text{ при всех натуральных } n.$$

а) Может ли выполняться равенство  $4a_5 = 7a_4$ ?

б) Может ли выполняться равенство  $5a_5 = 7a_4$ ?

в) При каком наибольшем натуральном  $n$  может выполняться равенство

$$6na_{n+1} = (n^2 + 24)a_n?$$

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*