

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

При выполнении работы разрешается использовать линейку.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

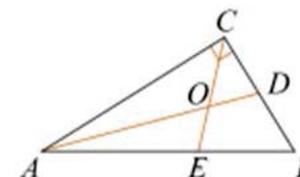
Копирование не допускается

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

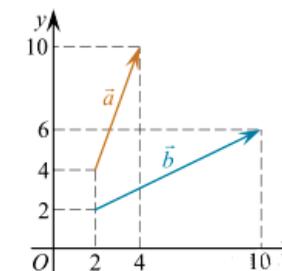
Острый угол прямоугольного треугольника равен 30° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2

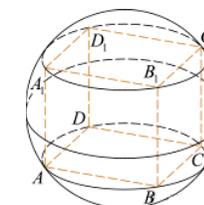
Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$



Ответ: _____.

3

Куб вписан в шар радиуса $2\sqrt{3}$. Найдите объем куба.



Ответ: _____.

Копирование не допускается

- 4 На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Китая будет выступать после группы из Канады и после группы из Англии? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: _____.

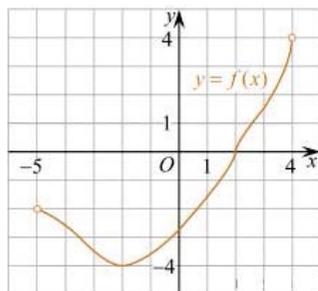
- 6 Решите уравнение $\sqrt[3]{7-4x} = 3$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $16\sqrt{3}\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{3}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 4)$. Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$.



Ответ: _____.

Копирование не допускается

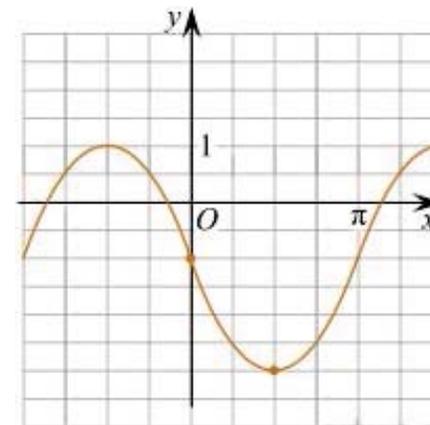
- 9 В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 15 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ: _____.

- 10 Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 12 часов. Через 4 часа после того, как первый приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько всего часов работал первый рабочий?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\frac{25\pi}{6}\right)$.



Ответ: _____.

Копирование не допускается

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 12x + 6$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ боковое ребро SA равно $\sqrt{5}$, а высота SH пирамиды равна $\sqrt{3}$. Точки M и N — середины рёбер CD и AB , соответственно, а NT — высота пирамиды с вершиной N и основанием SCD .

а) Докажите, что точка T является серединой SM .
б) Найдите расстояние между NT и SC .

15 Решите неравенство $\log_{5-x} \frac{x+2}{(x-5)^4} \geq -4$.

16 Василий взял кредит в банке на срок 14 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 8%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Василием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Василием банку?

17 Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезок CK и BE пересекаются в точке O .

а) Доказать, что $CO = KO$.

б) Найти отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{4}{121}$ площади трапеции $ABCD$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(2|x| + x + a)^2 = 8x^2 + 2(x + a)^2$$

имеет единственный корень на интервале $(-1; 1)$.

19 Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из натуральных чисел, причём $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных n .

а) Может ли выполняться равенство $4a_5 = 7a_4$?

б) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?

в) При каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $6na_{n+1} = (n^2 + 24)a$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.