ФИО ученика____
ФИО учителя____
Город/район____
Школа____

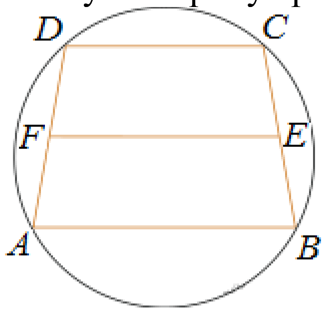
Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

ВАРИАНТ 1
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

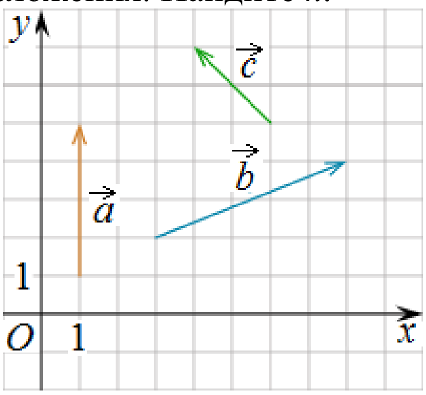
1. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.



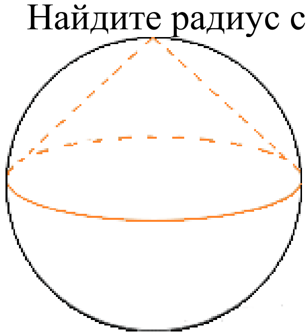
2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Вектор $\vec{c}$ разложен по двум неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b},$$

где k и l — коэффициенты разложения. Найдите k.



3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $7\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



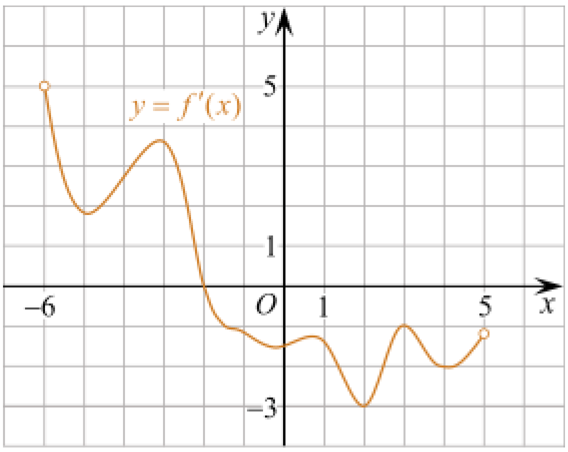
4. На конференцию приехали 6 ученых из Германии, 6 из Норвегии и 3 из Бельгии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад ученого из Германии.

5. В городе 58 % взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 14,2 % взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 20 %. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7}=\frac{1}{81}$.

7. Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b)=\left(b+\frac{3}{b}\right)\left(3b+\frac{1}{b}\right)$ при $b\neq 0$.

8. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -2]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

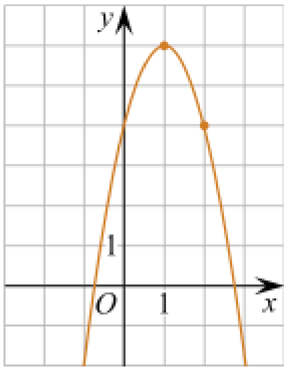


9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C=6\cdot10^{-6}$Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R=6\cdot10^{6}$Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0=26$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t=\alpha RC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha=1{,}2$ – постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 43,2 с. Ответ дайте в киловольтах.

10. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 35% меди, второй — 5% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 80 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

11. На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx+4$. Найдите $f(6)$.

ФИО ученика________________________________



12. Найдите наименьшее значение функции $y=16\sin x-19x+22$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};\ 0\right]$.

Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $4^{\operatorname{ctg} x\cdot\cos 3x}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-\cos 4x-\sin 3x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{4}\right]$.

14. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой ребра AB.

а) Докажите, что $SA = SC$.

б) Найдите угол между плоскостями SAC и ABC, если $AC = 16$, $AB = 20$, $SA = 26$.

15. Решите неравенство $x^2\log_{625}(x+2)\geqslant\log_5(x^2+4x+4)$.

16. Вклад в размере 6 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 15 млн рублей.

17. Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$, перпендикулярна диагонали AC и пересекает сторону AD в точке M, равноудаленной от вершин B и D.

а) Докажите, что BM и BD делят угол B на три равных угла.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$ до прямой CM, если $BC=6\sqrt{21}$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых данное уравнение имеет единственный корень.

$$(a-1)\cdot 25^x+(2a-14)\cdot 15^x=(3a-15)\cdot 9^x.$$

19. Три числа назовём хорошей тройкой, если они могут быть длинами сторон треугольника.

ФИО ученика______________________________

Три числа назовём отличной тройкой, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника.

а) Даны 5 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдётся ни одной хорошей тройки?

б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три отличных тройки?

в) Даны 10 различных чисел (необязательно натуральных). Какое наибольшее количество отличных троек могло оказаться среди них?

ФИО ученика______________________________