

ФИО ученика _____
 ФИО учителя _____
 Город/район _____
 Школа _____

Таблица полученных ответов

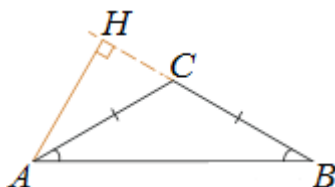
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | |

ВАРИАНТ 2

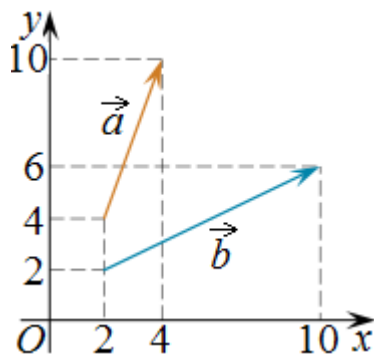
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

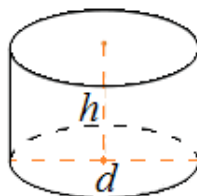
1. В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 4, $CH = 8$. Найдите $\operatorname{tg} ACB$.



2. Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 2π , а диаметр основания – 1. Найдите высоту цилиндра.



4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 8 спортсменов из Хорватии и 10 – из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

ФИО ученика _____

5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование.

При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

6. Решите уравнение $\log_7(x^2 + 5x) = \log_7(x^2 + 6)$.

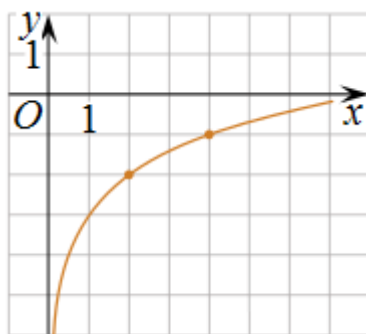
7. Найдите значение выражения $\frac{8^{\sqrt{5}} \cdot 3^{\sqrt{5}}}{24^{\sqrt{5}-2}}$.

8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{4}t^4 + t^3 + 6t^2 + 7t + 11$ (где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 4$ с.

9. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100$, где T_1 – температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника $T_2 = 200$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

10. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 1$.



12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$

ФИО ученика _____

на отрезке $[5; 11]$.

Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_{\sin x}(\cos 2x - \sin x + 1) = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $PABCD$ сторона основания $ABCD$ равна 12, боковое ребро $PA = 12\sqrt{2}$. Через вершину A проведена плоскость α , перпендикулярная прямой PC и пересекающая ребро PC в точке K .

а) Докажите, что плоскость α делит высоту PH пирамиды $PABCD$ в отношении $2 : 1$, считая от вершины P .

б) Найдите расстояние между прямыми PH и BK .

15. Решите неравенство: $6^x - 4 \cdot 3^x - 3 \cdot 2^x + 12 \leq 0$.

16. При рытье колодца глубиной свыше 10 м за первый метр заплатили 1000 руб., а за каждый следующий на 500 руб. больше, чем за предыдущий. Сверх того за весь колодец дополнительно было уплачено 10 000 руб. Средняя стоимость 1 м оказалась равной 6250 руб. Определите глубину колодца.

17. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность радиуса R с центром в точке O , его диагонали AC и BD пересекаются в точке P , а продолжения сторон BC и AD пересекаются в точке Q .

а) Докажите, что $AQ \cdot DQ + BP \cdot DP = OQ^2 - OP^2$.

б) Найдите R , если $AB = 5$, $CD = 6$, $\angle AQB = 30^\circ$.

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 + 2x + 2a)^2 = 5x^4 + 5(x + a)^2$ имеет единственное решения на отрезке $[0; 2]$.

19. Несколько экспертов оценивают несколько кинофильмов. Каждый из них выставляет оценку каждому кинофильму – целое число баллов от 1 до 10 включительно. Известно, что каждому кинофильму все эксперты выставили различные оценки. Рейтинг кинофильма – это среднее геометрическое оценок всех экспертов. Среднее геометрическое чисел a_1, a_2, \dots, a_n равно $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$. Оказалось, что рейтинги всех кинофильмов – различные целые числа.

а) Могло ли быть 2 эксперта и 5 кинофильмов?

б) Могло ли быть 3 эксперта и 4 кинофильма?

в) При каком наибольшем количестве экспертов описанная ситуация возможна для одного кинофильма?

ФИО ученика _____