

**Основной государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Вариант № 59220

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии (b_n) , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

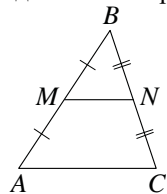
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

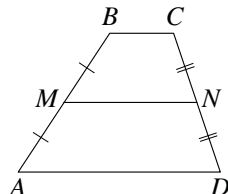
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

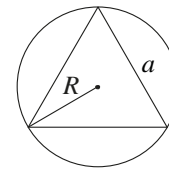


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



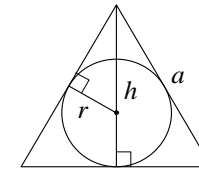
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



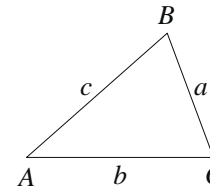
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



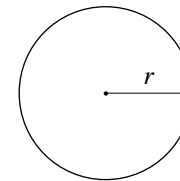
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

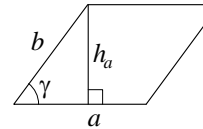


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

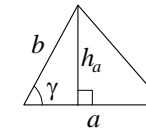
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = abs \sin \gamma$$

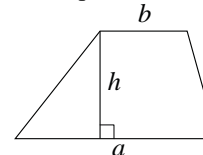
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

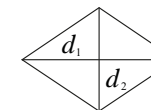
$$S = \frac{1}{2} abs \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

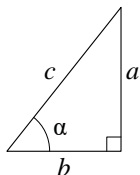
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



Рис. 1

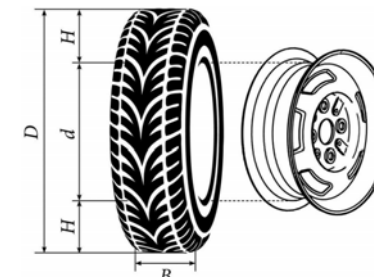


Рис. 2

Автомобильное колесо представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число означает ширину шины в миллиметрах (размер B на рис. 2). Второе число — высота боковины шины H в процентах от ширины шины. Например, шина с маркировкой 195/65 R15 имеет ширину $B=195$ мм и высоту боковины $H=195 \cdot 0,65=126,75$ (мм).

Буква R означает, что шина имеет радиальную конструкцию, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. Такие шины применяются на всех легковых автомобилях.

За буквой R следует диаметр диска d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D можно найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами 185/70 R14.

1

Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	14	15	16
185	185/70	185/65	—
195	195/65	195/65; 195/60	—
205	205/60	205/60; 205/55	205/55; 205/50
215	215/60	215/55	215/50
225	—	225/50	225/50

Шины какой наибольшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 15 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

2 Сколько миллиметров составляет высота боковины шины, имеющей маркировку 185/65 R15?

Ответ: _____.

3 На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами 215/50 R16?

Ответ: _____.

4 Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

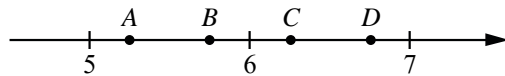
5 На сколько процентов уменьшится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами 205/55 R15? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $2,3 \cdot 7,5$.

Ответ: _____.

7 На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?



1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

Ответ:

8 Найдите значение выражения $(\sqrt{125} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$.

Ответ: _____.

9 Найдите корень уравнения $-1 - 3x = 2x + 1$.

Ответ: _____.

10 В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 1 спортсмен из Норвегии и 2 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии.

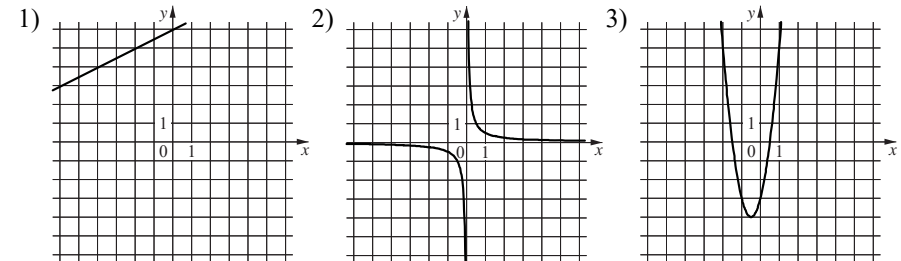
Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = 4x^2 + 4x - 3$ Б) $y = \frac{1}{2}x + 6$ В) $y = \frac{1}{2x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

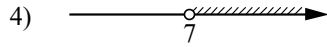
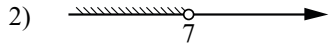
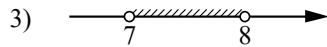
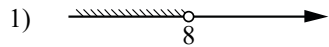
Ответ:

А	Б	В

12 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 6$, $\sin \alpha = \frac{1}{11}$, а $S = 3$.

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$

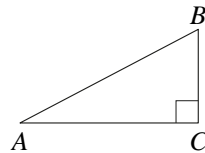


Ответ:

14 При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту его температура уменьшалась на 6°C . Найдите температуру вещества в градусах Цельсия через 7 минут после начала опыта, если начальная температура вещества составляла -9°C .

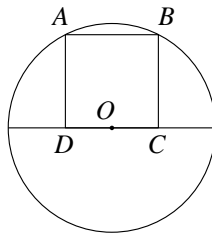
Ответ: _____.

15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 14$, $AB = 50$. Найдите $\cos B$.



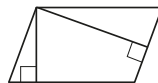
Ответ: _____.

16 Точка O является серединой стороны CD квадрата $ABCD$. Радиус окружности с центром в точке O , проходящей через вершину A , равен $2\sqrt{5}$. Найдите площадь квадрата $ABCD$.



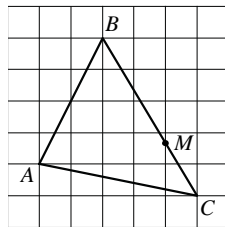
Ответ: _____.

17 Площадь параллелограмма равна 30, а две его стороны равны 6 и 10. Найдите его высоты. В ответе укажите бóльшую высоту.



Ответ: _____.

18 На клетчатой бумаге изображён треугольник ABC . Во сколько раз отрезок BM длиннее отрезка CM ?



Ответ: _____.

19 Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

- 1) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
- 2) Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
- 3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную данной.

В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^2 - 3x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 10$.

21 Свежие фрукты содержат 79% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

22 Постройте график функции $y = x|x| + |x| - 6x$. Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23 Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK = 11$.

24 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

25 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 8 и 30 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.