Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8.

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

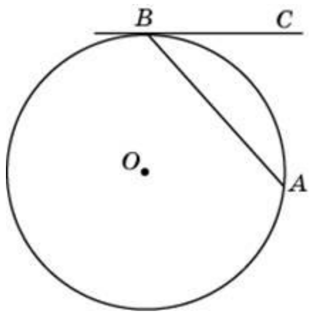
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Составитель: Школа Пифагора

Часть 1

Ответом к заданиям* 1–12 *является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №* 1 *справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Хорда AB стягивает дугу окружности в 92°. Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку B. Ответ дайте в градусах.

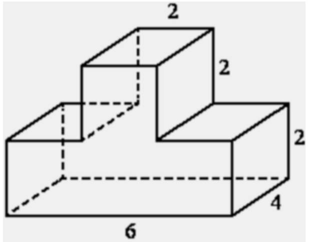


Ответ: ____________________________.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(41; 0)$ и $\vec{b}\,(1; -1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 20\vec{b}$.

Ответ: ____________________________.

3 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).



Ответ: ____________________________.

4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпала больше раз, чем орёл.

Ответ: ____________________________.

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: ____________________________.

6 Найдите корень уравнения

$\log_4(8-5x) = 2\log_4 3.$

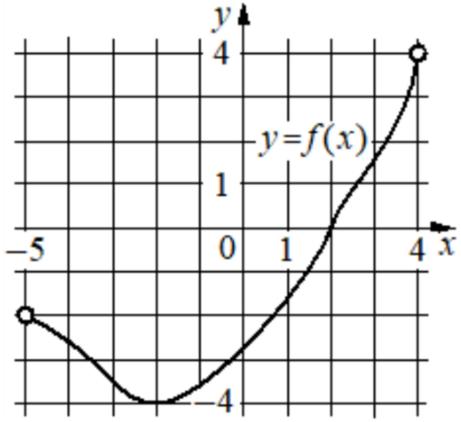
Ответ: ____________________________.

7 Найдите значение выражения

$\dfrac{8\sin 64^\circ \cdot \cos 64^\circ}{\sin 128^\circ}.$

Ответ: ____________________________.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 4)$. Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$.



Ответ: ____________________________.

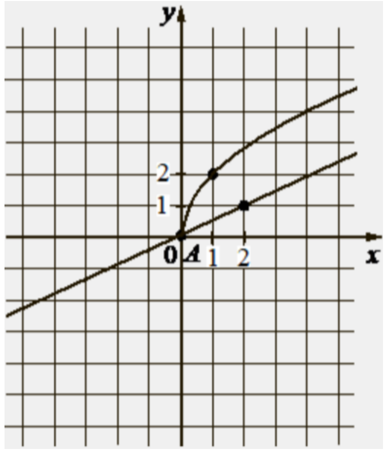
9 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 24$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3\ м/с^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: ____________________________.

10 Петя и Митя выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 10 вопросов теста, а Митя — на 16. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Мити на 117 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Ответ: ____________________________.

11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите точку максимума функции

$y = (x + 5)^2 \cdot e^{2-x}$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{2}\sin x + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 Дан правильный треугольник ABC. Точка D лежит вне плоскости ABC, $\cos\angle BAD = \cos\angle DAC = 0{,}3$.

а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.
б) Найдите расстояние между прямыми AD и BC, если известно, что $AC = 6$.

15 Решите неравенство

$$2(50^x + 8^x) > 20^x + 3 \cdot 125^x.$$

16 В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

– в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;
– с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL \cdot BC = AB \cdot AC$.
б) Найдите EL, если $AC = 12$, $\operatorname{tg}\angle BCA = \frac{1}{4}$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых – целое число граммов, не меньшее 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трём кучам: в первой куче n_1 камней, во второй – n_2 камней, в третьей – n_3 камней, причём $n_1 < n_2 < n_3$. Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна S_1, во второй – S_2, а в третьей – S_3.

а) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$?
б) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$, если масса любого камня не превосходит 108 граммов?
в) Известно, что масса любого камня не превосходит k граммов. Найдите наименьшее целое значение k, для которого может выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	46	
2	29	
3	112	
4	0,25	
5	0,488	
6	-0,2	
7	4	
8	-2	
9	6	
10	52	
11	16	
12	-3	
13	а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n, -\frac{3\pi}{4}+2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{11\pi}{4}; -\frac{9\pi}{4}$	
14	$0{,}6\sqrt{66}$	
15	$(-\infty; 0)$	
16	119700	
17	4,7	
18	$(-\infty; -6] \cup \{2\} \cup [8; +\infty)$	
19	а) да б) нет в) 128	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

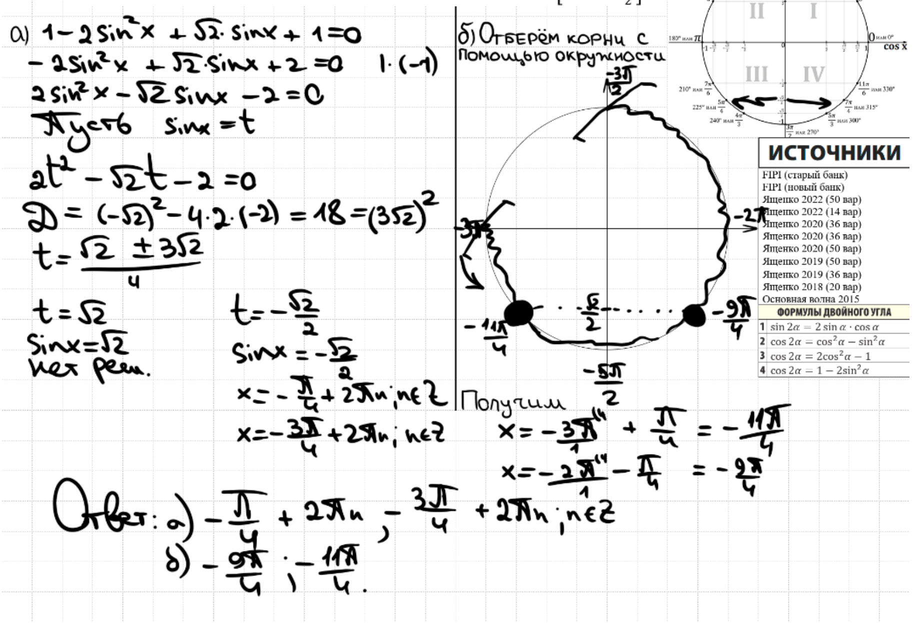
Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{2}\sin x + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

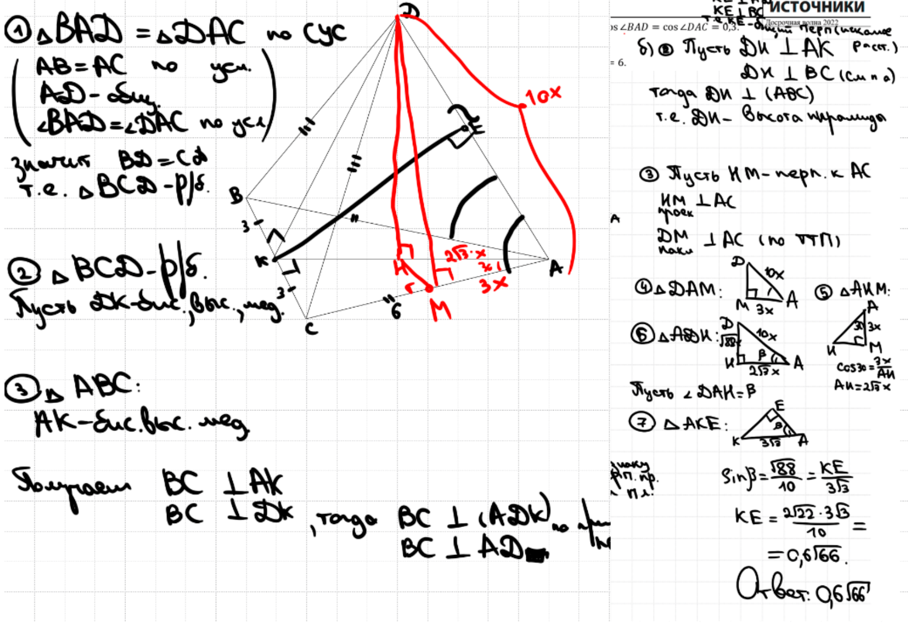


Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 Дан правильный треугольник ABC. Точка D лежит вне плоскости ABC, $\cos\angle BAD = \cos\angle DAC = 0{,}3$.

а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AD и BC, если известно, что $AC = 6$.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство
$2(50^x + 8^x) > 20^x + 3 \cdot 125^x$.

ИСТОЧНИКИ
Основная волна (Резерв) 2024

$$3\cdot 125^x - 2\cdot 50^x + 20^x - 2\cdot 8^x < 0 \quad \Big| : 8^x$$

$$3\cdot\left(\frac{125}{8}\right)^x - 2\cdot\left(\frac{\cancel{50}^{25}}{\cancel{8}_4}\right)^x + \left(\frac{\cancel{20}^{5}}{\cancel{8}_2}\right)^x - 2 < 0$$

$$3\cdot\left(\left(\frac{5}{2}\right)^x\right)^3 - 2\cdot\left(\left(\frac{5}{2}\right)^x\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^x - 2 < 0$$

Пусть $\left(\frac{5}{2}\right)^x = t$

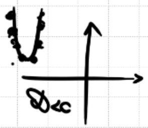
$$3t^3 - 2t^2 + t - 2 < 0$$

Заметим, что при $t=1$ выражение обр. в ноль

$$\begin{array}{r|l} 3t^3-2t^2+t-2 & t-1 \\ \cline{2-2} -\underline{3t^3-3t^2} & 3t^2+t+2 \\ t^2+t & \\ -\underline{t^2-t} & \\ 2t-2 & \\ -\underline{2t-2} & \\ 0 & \end{array}$$

Получим
$$(t-1)\cdot(3t^2+t+2) < 0$$

Заметим, что $3t^2+t+2>0$ при любом t



$$t-1<0$$
$$t<1$$
$$\left(\frac{5}{2}\right)^x < 1$$
$$\left(\frac{5}{2}\right)^x < \left(\frac{5}{2}\right)^0$$
$$x<0$$

Ответ: $(-\infty; 0)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16 В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

– в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;
– с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.

ИСТОЧНИКИ
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2024
Досрочная волна 2023
Основная волна 2020
Досрочная волна 2018
Основная волна 2017

Пусть S - сумма долга
март - месяц платежа
x - ежегодный платёж

Дата	Сумма долга
и20	S
я 21	$1{,}3\cdot S$
и 21	$1{,}3\cdot S - x$
я 22	$1{,}3^2\cdot S - 1{,}3x$
и 22	$1{,}3^2\cdot S - 1{,}3x - x$
я 23	$1{,}3^3\cdot S - 1{,}3^2x - 1{,}3x$
и 23	① $1{,}3^3\cdot S - 1{,}3^2x - 1{,}3x - x = 0$
	② $3x - S = 78030$

② $3x = 78030 + S \quad |:3$
$$x = 26010 + \frac{S}{3}$$

① $$\frac{13^3}{10^3}\cdot S = \frac{13^2}{10^2}\cdot x + \frac{13}{10}^{(10}\cdot x + \frac{x}{1}^{(100}$$

$$\frac{13^3}{10^3}\cdot S = \frac{169x + 130x + 100x}{100}$$

$$\frac{13^3}{10^3}\cdot S = \frac{399\cdot x}{10^2} \quad \Big| \cdot 10^3$$

$$13^3\cdot S = 399\cdot 10\cdot x$$

$$13^3\cdot S = 399\cdot 10\cdot\left(26010 + \frac{S}{3}\right)$$

$$13^3\cdot S = 399\cdot 2601\cdot 100 + 133\cdot 10\cdot S$$

$$2197\cdot S - 1330\cdot S = 399\cdot 2601\cdot 100$$

$$867\cdot S = 399\cdot 2601\cdot 100$$

$$S = \frac{399\cdot \cancel{2601}^{3}\cdot 100}{\cancel{867}} = 119700$$

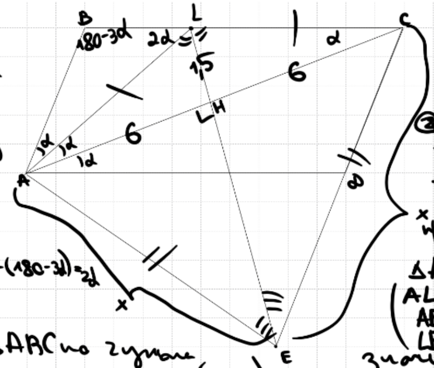
Ответ: 119 700

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL \cdot BC = AB \cdot AC$.

б) Найдите EL, если $AC = 12$, $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{4}$.



а) ① Пусть $\angle CAD = \alpha$

Тогда $\angle BAC = 2\alpha$

$\angle BAL = \alpha = \angle CAL$

$\angle ABC = 180 - \angle BAD = 180 - 3\alpha$

$\triangle ABL$.

$\angle ALB = 180 - \alpha - (180 - 3\alpha) = 2\alpha$

② $\triangle ABL \sim \triangle ABC$ по 2 углам (...)

$\frac{AL}{AC} = \frac{AB}{BC}$

$AL \cdot BC = AB \cdot AC$ ■

① $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{4}$

$AC = 12$

$\angle BCA = \alpha = \angle CAD$ (накрест лежащ.)

Пусть $AC \cap LE = H$

② Рассмотрим $ALCE$:

$AL = LC$ (т.к. в $\triangle ALC$ углы при осн. равны)

$\triangle ALE = \triangle LCE$ по 3 ст.

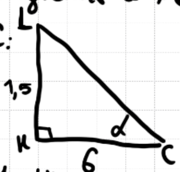
($AL = CL$, $AE = CE$, LE – общая)

значит $\angle ALH = \angle CLH$

$\angle AEH = \angle CEH$

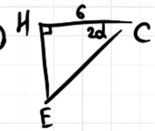
Тогда LH и EH – бис. в р/б. тр-ках, а значит и медианы, высоты

③ $\triangle LHC$:



$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{4} = \frac{LH}{6}$ $LH = 1{,}5$

④



$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos^2\alpha = \frac{16}{17}$

$\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$ $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{8}{17}$

$\cos 2\alpha = \frac{15}{17}$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{8}{15} = \frac{HE}{6}$

$HE = \frac{8 \cdot 6}{15} = 3{,}2$

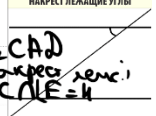
$LE = 1{,}5 + 3{,}2 = 4{,}7$.

Ответ: 4,7

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2022

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

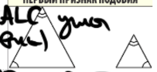


Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

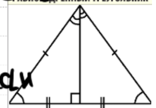
180°

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



По двум углам

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2 $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

3 $1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

4 $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

2 $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

3 $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

4 $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

18

Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2-xy-4y+2x+4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
Семёнов 2018
Досрочная волна 2015

1C359

Упростим выражение:

$y^2 - x\cdot y - 4\cdot y + 2x + 4 = 0$

$y^2 + (-x-4)\cdot y + 2x + 4 = 0$

$D = (-x-4)^2 - 4\cdot(2x+4) =$

$= (x+4)^2 - 8x - 16 =$

$= x^2 + \cancel{8x} + \cancel{16} - \cancel{8x} - \cancel{16}$

$y = \dfrac{x+4 \pm |x|}{2}$

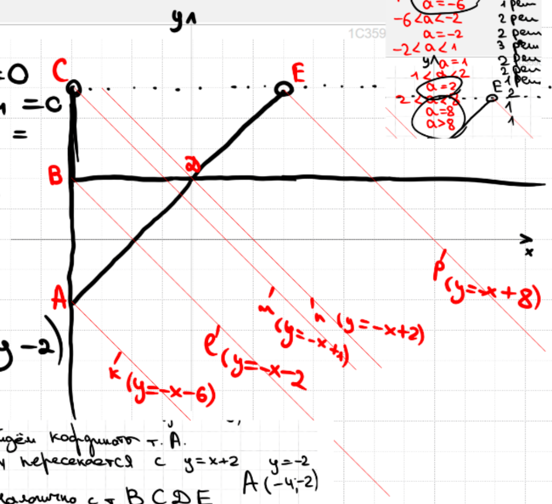
$y = x + 2$

$y = 2$

Получим $(y-x-2)(y-2)$

Вернёмся к системе

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = x+2 \\ y = 2 \end{array}\right. \\ x = -4 \\ x \geq -4 \\ y < 5 \\ y = a - x \end{cases}$$



при $a < -6$ — 1 реш
$a = -6$ — 1 реш
$-6 < a < -2$ — 2 реш
$a = -2$ — 2 реш
$-2 < a < 1$ — 3 реш
$a = 1$ — 2 реш
$1 < a < 2$ — 2 реш
$a = 2$ — 1 реш
$2 < a < 8$ — 2
$a = 8$ — 1
$a > 8$ — 1

(1) Найдём координаты т. A.
$x = -4$ пересекается с $y = x+2$, $y = -2$, $A(-4;-2)$
…Аналогично с т. B, C, D, E

(2) Найдём a для прямой K:
$y = a - x$ проходит через т. $A(-4;-2)$
$-2 = a + 4$
$a = -6$
…Аналогично с т. B, C, D, E

Ответ: $(-\infty; -6] \cup \{2\} \cup [8; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19

У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых – целое число граммов, не меньшее 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трём кучам: в первой куче n_1 камней, во второй – n_2 камней, в третьей – n_3 камней, причём $n_1 < n_2 < n_3$. Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна S_1, во второй – S_2, а в третьей – S_3.

а) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$?
б) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$, если масса любого камня не превосходит 108 граммов?
в) Известно, что масса любого камня не превосходит k граммов. Найдите наименьшее целое значение k, для которого может выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2022

Первая куча	Вторая куча	Третья куча
…+…+… $= S_1$	…+…+… $= S_2$	…+…+… $= S_3$
n_1 камней <	n_2 камней <	n_3 камней

а) Пусть $n_1 = 11$ по 300 г, $n_2 = 13$ по 200 г, $n_3 = 14$ по 100 г

Тогда $S_1 = 3300$ г, $S_2 = 2600$ г, $S_3 = 1400$ г.

Ответ: а) Да

б) ① $n_1 \leq 11$ камней (т.к. если $n_1 \geq 12$ то $n_2 \geq 13$, $n_3 \geq 14$ что невоз-но по усл.)

Тогда $S_1 \leq 11\cdot 108$
$S_1 \leq 1188$

② $n_3 \geq 14$ камней (…)

Тогда $S_3 \geq 14\cdot 100$
$S_3 \geq 1400$

Получаем, что $S_3 > S_1$ при любом кол-ве камней.

Ответ: б) нет.

в) ① $n_1 \leq 11$ (доказано в п. б)
$S_1 \leq 11\cdot k$
$n_3 \geq 14$ (доказано в п. б)
$S_3 \geq 14\cdot 100$
Получаем $11k \geq 1400 + 2$
$11k \geq 1402$
$k \geq 127\frac{5}{11}$
$k \geq 128$

② Покажем, что $k = 128$ может быть:

Первая куча	Вторая куча	Третья куча
$\underbrace{128+128+\ldots+128}_{11\text{ камней}} = S_1 = 1408$	$\underbrace{108+108+\ldots+108}_{13\text{ камней}} = S_2 = 1404$	$\underbrace{100+100+\ldots+100}_{14\text{ камней}} = S_3 = 1400$
$n_1 = 11$ камней	$n_2 = 13$ камней	$n_3 = 14$ камней

Ответ: в) 128

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 28