



@ALEXLARIN\_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 538

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

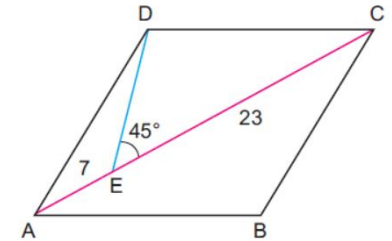
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. На диагонали AC ромба ABCD взята точка E такая, что AE = 7, CE = 23, угол DEC = 45°. Найдите длину стороны AB.

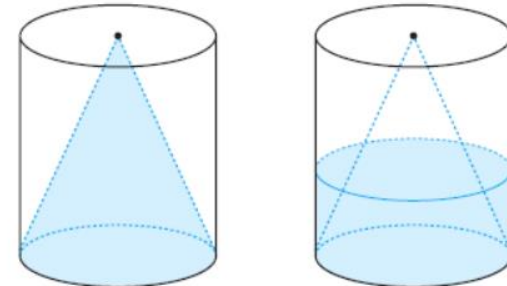


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{a} - \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 3$ , а векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  перпендикулярны.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На рисунке даны цилиндр и конус с одинаковыми основаниями и одинаковыми высотами, причём конус полностью заполнен водой. Когда в боковой поверхности конуса близко к основанию проделывают отверстие, уровни воды в цилиндре и в конусе становятся одинаковыми. Объём воды, оставшейся в конусе, составляет 19 см<sup>3</sup>. Найдите объём цилиндра в см<sup>3</sup>.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** В ящике лежат 5 красных и 5 синих шаров. Из ящика наугад вынимают 4 шара. Найдите вероятность того, что среди вынутых шаров окажется больше синих, чем красных. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Стрелок А попадает в мишень с вероятностью 0,6, а стрелок В — с вероятностью 0,5. Они стреляют по очереди, пока кто-то не попадет. Каждый может сделать не более двух выстрелов. Предполагая, что любой из стрелков может начать первым с равной вероятностью, найдите вероятность того, что мишень будет поражена стрелком В.

Ответ: \_\_\_\_\_.

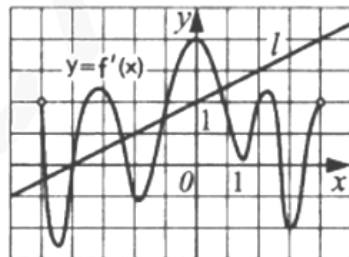
**6.** Решите уравнение  $\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+5} - 4\sqrt{x+1} = 3$ . В ответе укажите сумму целых корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Найдите значение выражения:  $5^{\log_1\left(\frac{1}{2}\right) + \log_{\sqrt{2}}\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} + \log_1\frac{1}{10+2\sqrt{21}}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 4)$ . На рисунке изображен график её производной и прямая  $l$ . Найдите число касательных к графику функции  $y = f(x)$ , которые параллельны прямой  $l$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**9.** Для проведения физического эксперимента используется цепь, состоящая из источника питания с ЭДС  $\varepsilon = 12B$  и внутренним сопротивлением  $r = 2 \text{ Ом}$ , а также регулируемого реостата с сопротивлением  $R$  (в Ом). Мощность  $P$  (в Ваттах), выделяемая на реостате, вычисляется по формуле:

$$P(R) = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$$

Для корректной работы измерительных приборов необходимо, чтобы мощность на реостате находилась в диапазоне от 10 до 16 Вт включительно. При этом конструкция реостата позволяет изменять сопротивление в пределах от 0,2 до 12 Ом.

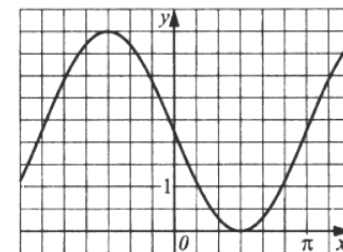
Найдите суммарную длину всех интервалов значений сопротивления  $R$ , при которых приборы будут работать корректно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** Первая труба наполняет пустой резервуар на 4 часа быстрее, чем вторая. Сначала открыли только первую трубу на время, равное одной трети времени, которое требуется второй трубе, чтобы наполнить резервуар в одиночку. Затем первую трубу закрыли и открыли вторую на время, равное одной трети времени, которое требуется первой трубе, чтобы наполнить резервуар в одиночку. В результате резервуар был заполнен на  $13/18$  своего объема. За сколько часов одна первая труба может наполнить пустой резервуар?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** На рисунке изображен график функции  $f(x) = a \sin x + b$ . Найдите  $a$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \lg(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1)$  на отрезке  $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

13. А) Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\sqrt{-\cos x} \cdot \operatorname{tg} x} = 0$ .

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

14. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  – середины ребер  $AA_1$ ,  $D_1 C_1$  и  $BC$  соответственно.

А) Докажите, что плоскость  $KLM$  перпендикулярна диагонали  $DB_1$ .

Б) Найдите ребро куба, если расстояние от точки  $A$  до плоскости  $KLM$  равно  $\sqrt{3}$ .

15. Решите неравенство:  $\log_{|x|}(3|x| - 2) + \log_{3|x|-2}(|x|) \leq \frac{5}{2}$ .

16. В начале января 2026 года у Зинаиды Карловны есть 1 BTC. На 1 января его цена составляет 6 млн рублей. Гадалка предсказала Зинаиде Карловне, что в течение 2026 года цена биткоина будет увеличиваться на 500 тыс. рублей 1-го числа каждого следующего месяца (с февраля по декабрь включительно). Зинаида Карловна может в начале любого месяца (после изменения цены) (с февраля по декабрь) продать свой биткоин и сразу же положить все вырученные деньги на банковский депозит на Каймановых Островах. Банк начисляет 6% ежемесячно на остаток по счету (сложный процент). В начале какого месяца Зинаиде Карловне следует продать биткоин, чтобы к концу года (на 31 декабря 2026 г.) сумма на счете Зинаиды Карловны была максимально возможной?

17. В квадрате  $KLMN$  точка  $D$  – середина стороны  $KL$ , точка  $E$  – середина отрезка  $DM$ . На стороне  $KN$  отмечена точка  $B$  так, что  $KB : BN = 1 : 3$ .

А) Докажите, что  $\angle DBE = 45^\circ$

Б) Найдите расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников  $BDE$  и  $BMD$ , если площадь четырехугольника  $BE MN$  равна 17.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{a^2 - 2a \cdot (\cos x + 2) + \cos^2 x + 4 \cos x + 3}{\sin x} = 0$$

имеет ровно три различных корня на отрезке  $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

19. Дано натуральное число  $n$ . Обозначим через  $S(n)$  сумму его цифр.

А) Существует ли такое  $n$ , что  $n + S(n) + S(S(n)) = 2026$ ?

Б) Существует ли такое  $n$ , что  $n \cdot S(n) = 2025$ ?

В) Найдите все  $n$ , для которых  $n + S(n) = n^2$ .

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**