

Вариант № 954

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8 - 0 , 8

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

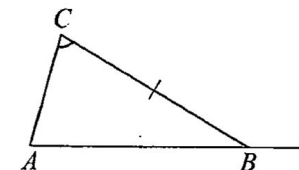
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 148° . Найдите величину угла C этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

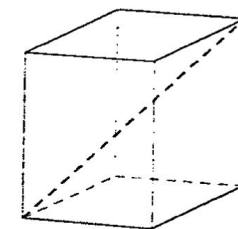


Ответ: _____

- 2 Найдите длину вектора $5\vec{a}$, если $\vec{a}(-6; -8)$.

Ответ: _____

- 3 В прямоугольном параллелепипеде диагональ равна $\sqrt{98}$ и образует угол 45° с гранью, являющейся квадратом. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____

- 4 В праздничном наборе 100 шариков: 20 красных, 30 синих, а остальные жёлтые и зелёные, их поровну. Какова вероятность того, что из набора достали один шарик красного или жёлтого цвета?

Ответ: _____.

- 5 Садовник принёс две корзинки фруктов. В одной из них 12 яблок и 18 персиков, а в другой — 3 яблока и 9 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

Ответ: _____.

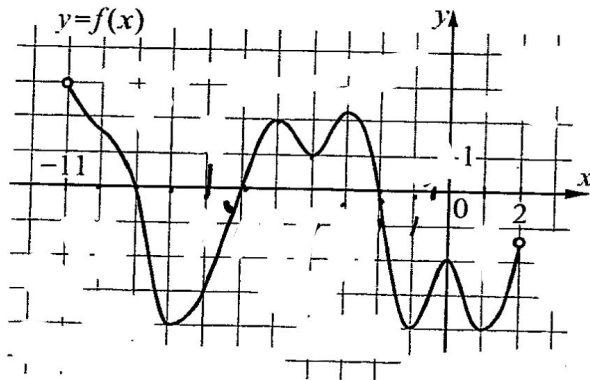
- 6 Найдите корень уравнения $3 \cdot 9^{x+2} = \frac{1}{27}$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \pi + \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{3\pi}{2}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-11; 2)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-7; -0,5]$.



Ответ: _____.

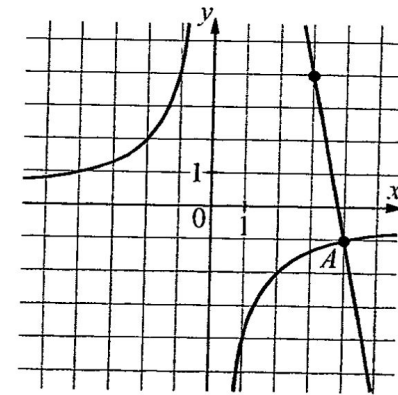
- 9 Локатор батискафа, равномерно выпускает ультразвуковые импульсы частотой 499 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемого приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 3 м/с. Ответ выразите в МГц.

Ответ: _____.

- 10 Заказ по изготовлению деталей ученик токаря может выполнить за 24 часа, а токарь — за 21 час. Ученик начал выполнять такой заказ. Через какое время после начала выполнения заказа учеником нужно начать работу токарем, чтобы в этом заказе деталей, изготовленных учеником, было в два раза больше деталей, изготовленных токарем? Ответ дайте в часах.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = \frac{x^3}{3} - 36x + 14$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ основание $ABCD$ является прямоугольником со сторонами 9 и 12, диагонали которого пересекаются в точке O . Плоскость, содержащая диагональ AC и параллельная прямой $B_1 D_1$, пересекает ребро BB_1 в точке K . Угол между плоскостями ABC и ACK равен 45° .
- а) Докажите, что угол KOB меньше 45° .
- б) Найдите объём прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

- 15 Решите неравенство $3^{\frac{2x}{x-3}} - 3^{\frac{2x-3}{x-3}} \geq 3^{\frac{x}{x-3}} - 3$.

- 16 18 апреля 2028 года планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3,5 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 17-е число каждого месяца необходимо внести платёж в счёт погашения долга;
 - 18-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й (первые десять месяцев) долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 18-е число предыдущего месяца;
 - к 18-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма платежей после полного его погашения составит 1 585 000 рублей?

- 17 Окружность проходит через вершину C прямоугольника $ABCD$ и касается сторон AB и AD в точках K и P соответственно. CH — перпендикуляр CH .
- а) Докажите, что треугольники CKH и CPD подобны.
- б) Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $CH = 9$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(a-1) \cdot 25^x + (2a-14) \cdot 20^x = (3a-15) \cdot 16^x$ имеет единственный корень.

- 19 На столе лежат вырезанные из бумаги квадраты и прямоугольники, размеры сторон которых — натуральные числа. Для каждого квадрата обязательно найдётся прямоугольник, равный ему по площади, но шириной на 7 меньше, чем сторона квадрата. И наоборот, для каждого прямоугольника обязательно найдётся квадрат, равный ему по площади, со стороной на 7 больше, чем его ширина.
- а) Может ли лежать на столе прямоугольник шириной 28?
- б) Может ли лежать на столе прямоугольник длиной 28?
- в) Какое наибольшее количество различных фигур может лежать на столе?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.