

Вариант № 263879

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{11}{10} + \frac{11}{13}\right) : \frac{22}{39}$.

Решение.

Приведём в скобках к общему знаменателю:

$$\left(\frac{11}{10} + \frac{11}{13}\right) : \frac{22}{39} = \frac{11 \cdot 13 + 11 \cdot 10}{130} \cdot \frac{39}{22} = \frac{253 \cdot 39}{130 \cdot 22} = \frac{23 \cdot 3}{10 \cdot 2} = 3,45.$$

Ответ: 3,45.

2. Решите уравнение $(-2x+1)(-2x-7)=0$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Произведение двух множителей равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю:

$$(-2x+1)(-2x-7)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=1, \\ 2x=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ x=-\frac{7}{2}. \end{cases}$$

Ответ: $-3,5; 0,5$.

3. Площадь земель фермерского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 49 га и распределена между зерновыми культурами и картофелем в отношении 2:5 соответственно. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Решение.

Найдём количество гектаров в одной части:

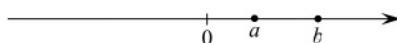
$$49 : 7 = 7.$$

Найдём количество гектаров в двух частях:

$$2 \cdot 7 = 14.$$

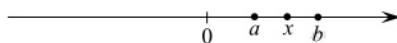
Ответ: 14.

4. На координатной прямой отмечены числа a и b . Отметьте на прямой какую-нибудь точку x так, чтобы при этом выполнялись три условия: $x - a > 0$, $x - b < 0$ и $a^2x > 0$.

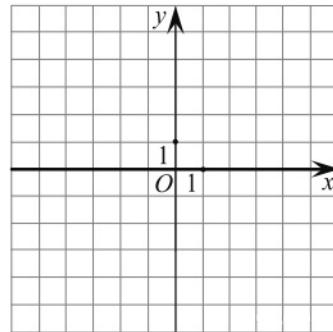


Решение.

Из первых двух неравенств следует, что $a < x < b$. Из третьего — что $x > 0$. Следовательно, $a < x < b$.



5. На рисунке изображён график прямой. Напишите формулу, которая задаёт эту прямую.

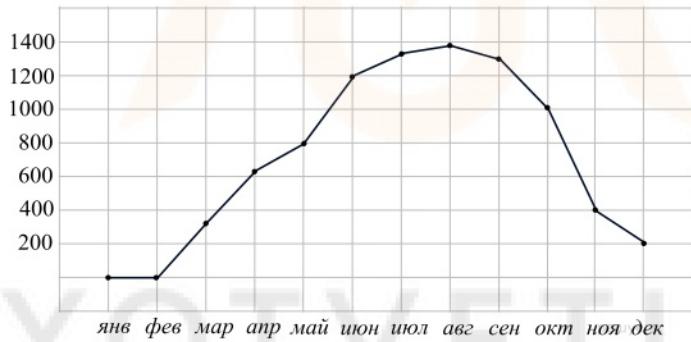


Решение.

Прямая, о которой идет речь, совпадает с осью абсцисс, поэтому ее уравнение $y = 0$.

Ответ: $y = 0$.

6. На графике изображено потребление газа в небольшом городе по месяцам в течение года. По оси абсцисс отложены месяцы, по оси ординат —потребление газа в тыс кубометров. Проанализируйте данные графика и ответьте на вопросы: «В каком полушарии предположительно находится город? Можно ли что-то сказать про суровость зим в этом городе?» Напишите 2-3 предложения, в которых кратко выскажите и обоснуйте своё мнение по этим вопросам.



Решение.

Заметим, что потребление газа в конце мая, в июнь, июль, август и начало сентября потребление газа очень высокое, а в начале и в конце календарного года низкое. Отсюда можно сделать вывод, что город находится в Южном полушарии далеко от Экватора, а зимы в нём суровы.

7. В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в % от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа (руб.)
Эпсилон	11 100	20	12	870
Дельта	12 500	15	6	1820
Омикрон	12 700	25	6	1620

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дешевле всего (с учётом переплаты). В ответе запишите эту сумму в рублях.

Решение.

Рассмотрим все варианты.

При покупке в магазине Эпсилон начальный взнос составит $0,2 \cdot 11\ 100 = 2220$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $12 \cdot 870 = 10\ 440$ руб. Всего $2220 + 10\ 440 = 12\ 660$ руб.

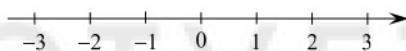
При покупке в магазине Дельта начальный взнос составит $0,15 \cdot 12\ 500 = 1875$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $6 \cdot 1820 = 10\ 920$ руб. Всего $1875 + 10\ 920 = 12\ 795$ руб.

При покупке в магазине Омикрон начальный взнос составит $0,25 \cdot 12\ 700 = 3175$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $6 \cdot 1620 = 9\ 720$ руб. Всего $3175 + 9\ 720 = 12\ 895$ руб.

Самое дешёвой является покупка в магазине Эпсилон.

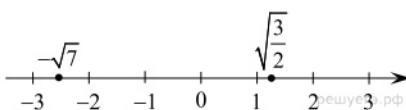
Ответ: 12 660.

8. Отметьте на координатной прямой числа $-\sqrt{7}$ и $\sqrt{\frac{3}{2}}$.



Решение.

Заметим, что $-3 < -\sqrt{7} < -2$; $1 < \sqrt{\frac{3}{2}} < 2$. Середина отрезка $[-3; -2]$ — точка с координатой $-2,5 = -\frac{5}{2}$. Поскольку $-7 < -\frac{25}{4}$, получаем, что $-\sqrt{7}$ ближе к числу -3 , чем к числу -2 . Середина отрезка $[1; 2]$ — точка с координатой $1,5 = \frac{3}{2}$. Поскольку $\frac{3}{2} < \frac{9}{4}$, получаем, что $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ближе к числу 1 , чем к числу 2 .



9. Найдите значение выражения $\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1}$ при $a = -5$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1} = \frac{a^2 + 2a + 1}{a} \cdot \frac{1}{a+1} = \frac{(a+1)^2}{a(a+1)} = \frac{a+1}{a}.$$

Подставим в полученное выражение значение $a = -5$:

$$\frac{-5+1}{-5} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

10. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.

Решение.

Всего спортсменов $11 + 6 + 3 = 20$ человек. Поэтому вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России равна $\frac{6+3}{20} = 0,45$.

Ответ: 0,45.

11. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Процентная концентрация раствора (массовая доля) равна $\omega = \frac{m_{в-ва}}{m_{п-ра}} \cdot 100\%$. Пусть масса получившегося раствора $2m$. Таким образом, концентрация полученного раствора равна:

$$\omega = \frac{0,15m + 0,17m}{2m} \cdot 100\% = \frac{0,32}{2} \cdot 100\% = 16\%$$

Ответ: 16.

12. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



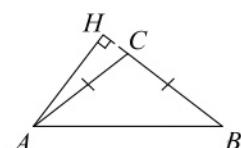
Решение.

Расстояние от точки A до середины отрезка BC равно 2,5 см

Ответ: 2,5

13.

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 10$, высота AH равна 3. Найдите синус угла BAC .



Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\sin \angle BAC = \sin \angle ABH = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Ответ: 0,3.

14. Укажите номер верного утверждения.

- 1) В треугольнике против меньшего угла лежит большая сторона.
- 2) Если один угол треугольника больше 120° , то два других его угла меньше 30° .
- 3) Если все стороны треугольника меньше 1, то и хотя бы одна его высота больше 1.
- 4) Сумма острых углов прямоугольного треугольника не превосходит 90° .

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «В треугольнике против меньшего угла лежит большая сторона.» — *неверно*, в треугольнике напротив большего угла лежит большая сторона.
- 2) «Если один угол треугольника больше 120° , то два других его угла меньше 30° .» — *неверно*, сумма углов в треугольнике равна 180° .
- 3) «Если все стороны треугольника меньше 1, то и хотя бы одна высота его больше 1.» — *неверно*, перпендикуляр, проведённый из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведённой из той же точки к этой прямой.
- 4) «Сумма острых углов прямоугольного треугольника не превосходит 90° .» — *верно*, сумма острых углов треугольника равна 90° .

Ответ: 4.

15. Лист жести имеет форму прямоугольника, длина которого на 20 см больше ширины. По углам этого листа вырезали квадраты со стороной 7 см и сделали коробку. Найдите длину и ширину листа жести в сантиметрах, если объем коробки равен 1253 см^3 , считая, что $\sqrt{31}$ равен 5,57. Объем коробки равен произведению ее длины, ширины и высоты.



Решение.

Примем стороны прямоугольника за a см и b см. После вырезания его стороны стали равны $a - 14$ см и $b - 14$ см. Высота коробки — 7 см. Из условия задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (a - 14)(b - 14) \cdot 7 = 1253, \\ a - b = 20. \end{cases}$$

Решим её методом подстановки:

$$\begin{cases} 5b^2 - 50b - 1000 = 0, \\ a = 20 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (6 + b)(b - 14) = 179, \\ a = 20 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 8b - 263 = 0, \\ a = 20 + b \end{cases} \xrightarrow{b > 0} \begin{cases} b = 4 + 3\sqrt{31}, \\ a = 24 + 3\sqrt{31}. \end{cases}$$

Подставляя значение 5,57 вместо $\sqrt{31}$, получаем:

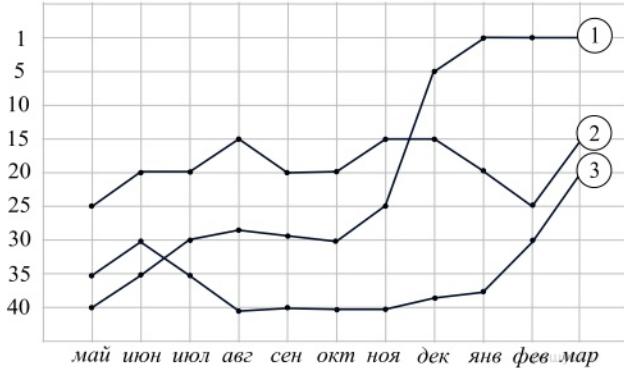
$$b \approx 3 \cdot 5,57 + 4 = 20,71.$$

$$a \approx 3 \cdot 5,57 + 24 = 40,71.$$

Таким образом, ширина и длина листа жести равны 20,71 и 40,71 сантиметров соответственно.

Ответ: 20,71 и 40,71.

16. На диаграмме показаны изменения позиции в музыкальных чартах в жанре хип-хоп трёх исполнителей: Roddy Ricch, The Weeknd и Lil Baby. На оси абсцисс отложены месяцы, а на оси ординат — позиция. Рассмотрите диаграмму и прочтите сопровождающий текст.



Lil Baby в конце февраля выпустил долгожданный альбом *My Turn*, в котором задействованы многие известные исполнители и продюсеры. На этом альбоме уникальное звучание и невероятные колаборации. Благодаря этому релизу позиции исполнителя, который оставался долгое время неактивным по различным причинам, взлетели и продолжали расти. Через некоторое время рост прекратился, однако Lil Baby по-прежнему оставался высоко в чартах.

Roddy Ricch, будучу молодым и многообещающим исполнителем, выпустил прорывной дебютный альбом в начале декабря, позволивший ему обойти не просто ветеранов и титанов индустрии хип-хоп, но и вовсе занять первую позицию в чартах благодаря невероятным экспериментам с битом, автотюном и звучанием.

Исполнитель The Weeknd, удерживающий лидерские позиции в нише хип-хопа уже на протяжении долгих лет подряд, выпустил сингл к своему предстоящему альбому, который широкая публика и музыкальные критики восприняли на ура. Это позволило таланту укрепить позиции и даже подняться выше.

Исполнитель Travis Scott, являясь одним из самых популярных музыкантов и медийных личностей, всегда имел высокие позиции в чартах, долгое время он был выше в списках The Weeknd, однако в октябре опустился на 25 строчку, после чего никак не мог подняться выше. Тем не менее в феврале его старый сингл стал вновь популярен, благодаря чему исполнитель поднялся выше.

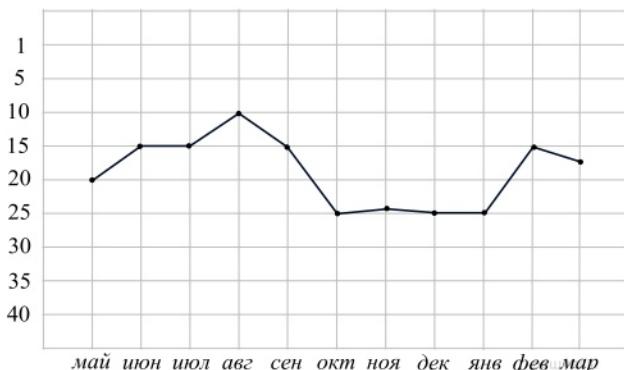
1. На основании прочитанного определите, какому исполнителю соответствует каждый из трёх графиков.

2. По имеющемуся описанию постройте схематично график, показывающий изменение позиции исполнителя Travis Scott.

Решение.

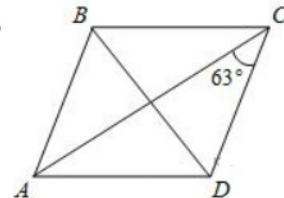
1. Заметим, что кривая под №3 долгое время была внизу, и лишь ближе к зиме стала резко расти, скорее всего, этого графика Lil Baby; рост произошел благодаря выпущенному альбому. Кривая под №1 соответствует Roddy Ricch, именно у этого исполнителя самый стремительный рост и первое место в чартах. Тогда график под №2 соответствует исполнителю The Weeknd.

2. Например,



17.

В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 63^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Пусть точка пересечения диагоналей — точка O . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, откуда $AO = OC = AB = CD$. Поскольку $OC = CD$, треугольник COD — равнобедренный, следовательно, $\angle COD = \angle CDO = (180^\circ - \angle ACD)/2 = 117^\circ/2 = 58,5^\circ$. Угол COD является искомым углом между диагоналями параллелограмма.

Ответ: 58,5.

18. На изготовление 231 детали ученик тратит на 11 часов больше, чем мастер на изготовление 462 таких же деталей. Известно, что ученик за час делает на 4 детали меньше, чем мастер. Сколько деталей в час делает ученик?

Решение.

Предположим, что ученик делает x деталей в час, $x > 0$. Тогда мастер делает $x + 4$ детали в час.

Составим таблицу по данным задачи:

	Производительность (дет/ч)	Время (ч)	Объём работ (дет)
Ученик	x	$\frac{231}{x}$	231
Мастер	$x + 4$	$\frac{462}{x+4}$	462

Так как ученик потратил на работу на 11 часов больше, можно составить уравнение:

$$\frac{231}{x} - \frac{462}{x+4} = 11.$$

Решим уравнение, разделив все на 11:

$$\frac{21}{x} - \frac{42}{x+4} = 1 \Leftrightarrow \frac{21x + 84 - 42x}{x(x+4)} = 1 \Leftrightarrow 84 - 21x - x(x+4) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 25x - 84 = 0.$$

Корни полученного квадратного уравнения: -28 и 3 . Отбрасывая отрицательный корень, находим, что ученик делает в час 3 детали.

Ответ: 3.

19. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , записанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11. Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 52.

Решение.

Число 9 — наименьшее число в наборе — является наименьшим из задуманных чисел, а наибольшее число в наборе — это сумма всех задуманных чисел. Поэтому количество задуманных чисел не превосходит целой части, то есть 5. Кроме того, числа 10 и 11 меньше, чем сумма двух чисел 9, поэтому они также являются задуманными. Значит, сумма оставшихся задуманных чисел равна $52 - 9 - 10 - 11 = 22$. Таким образом, так как наименьшее задуманное число равно 9, оставшиеся задуманные числа — это 11 и 11 или 22. Для задуманных чисел 9, 10, 11, 11, 11 и 9, 10, 11, 22 на доске будет записан набор, данный в условии.

Ответ: 9, 10, 11, 11, 11 или 9, 10, 11, 22.