

**Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

30 сентября 2020 года
Вариант MA2010109
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

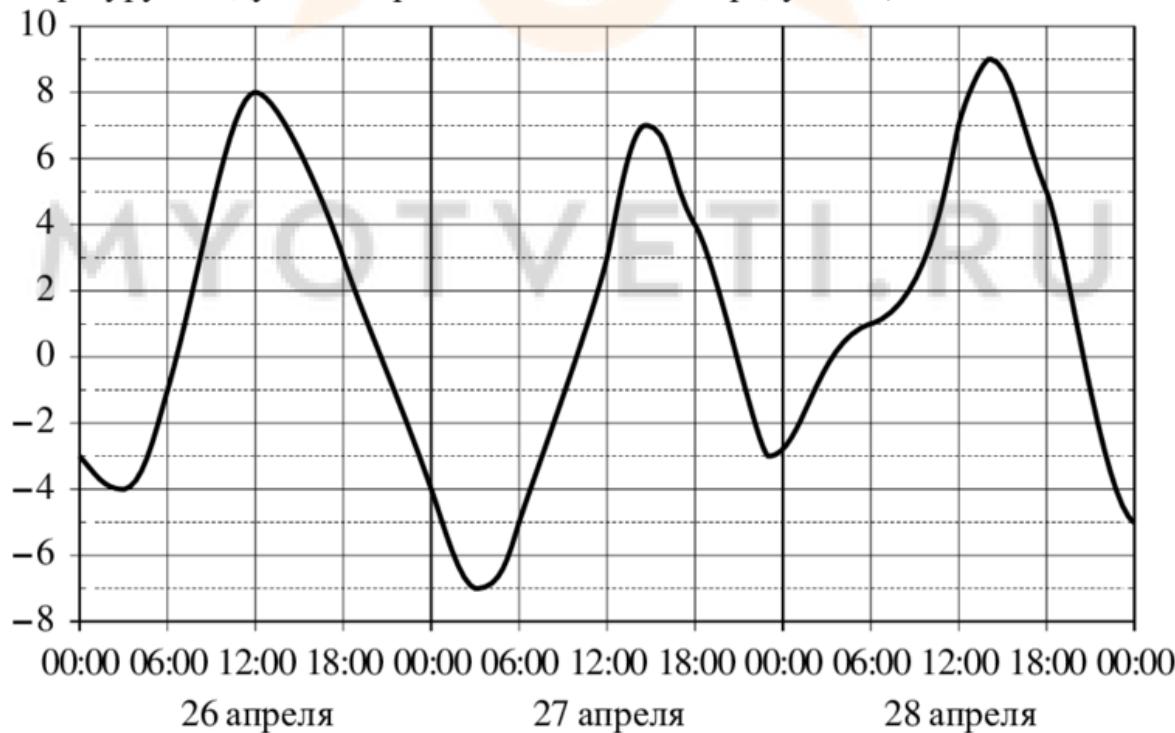
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 130 рублей за штуку и продаёт с наценкой 30 %. Какое наибольшее количество таких горшков можно купить в этом магазине на 1500 рублей?

Ответ: _____.

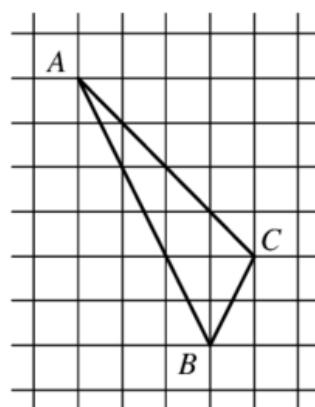
- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 28 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины B .



Ответ: _____.

4

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

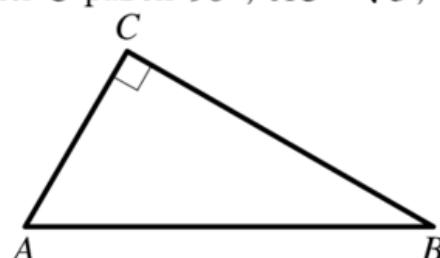
5

Решите уравнение $\sqrt{9-8x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

6

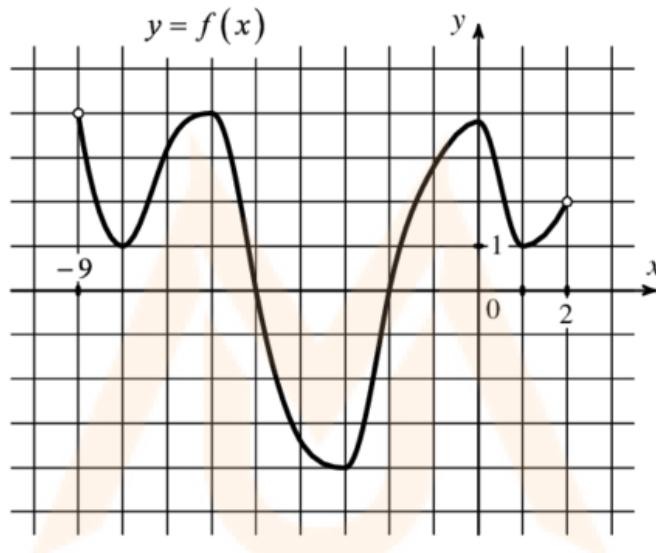
В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = \sqrt{3}$, $BC = 1$. Найдите $\sin A$.



Ответ: _____.

7

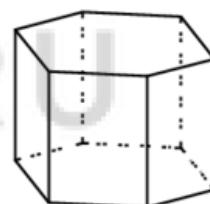
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -10$.



Ответ: _____.

8

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 3, а высота равна 6.



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{5^{3,2} \cdot 6^{4,2}}{30^{4,2}}$.

Ответ: _____.

10

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{18} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $4,104 \cdot 10^{27} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 837 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 899 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 3x + 15$ на отрезке $[4; 19]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin \frac{7x}{2} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{7x}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos^2 3x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

14

В основании пирамиды $MABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на рёбрах AM и AB — точки F и G соответственно так, что $MF = BE = BG = 3$.

а) Докажите, что плоскость GEF проходит через точку C .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость GEF пересекает грань CMD пирамиды.

15

Решите неравенство $3^{x+3} - x^3 \cdot 3^x \leq 81 - 3x^3$.

16

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ AC . Также известно, что в $ABCD$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что отрезки AC и BD перпендикулярны.

б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника $ABCD$, если $AC = 26$ и $BD = 24$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на некоторый срок. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платёж по кредиту не превысил 1,25 млн руб.?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-4)^2 + (y-16)^2) \leq 0, \\ (x-a-1)^2 + (y-2a-2)^2 \leq 4(a+1)^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19

а) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 250?

б) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 8750?

в) Найдите все такие натуральные числа n , что каждое из чисел n , $n+1$ и $n+2$ трёхзначное, а десятичная запись их произведения $n(n+1)(n+2)$ оканчивается на 4000.

**Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

30 сентября 2020 года
Вариант MA2010110
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

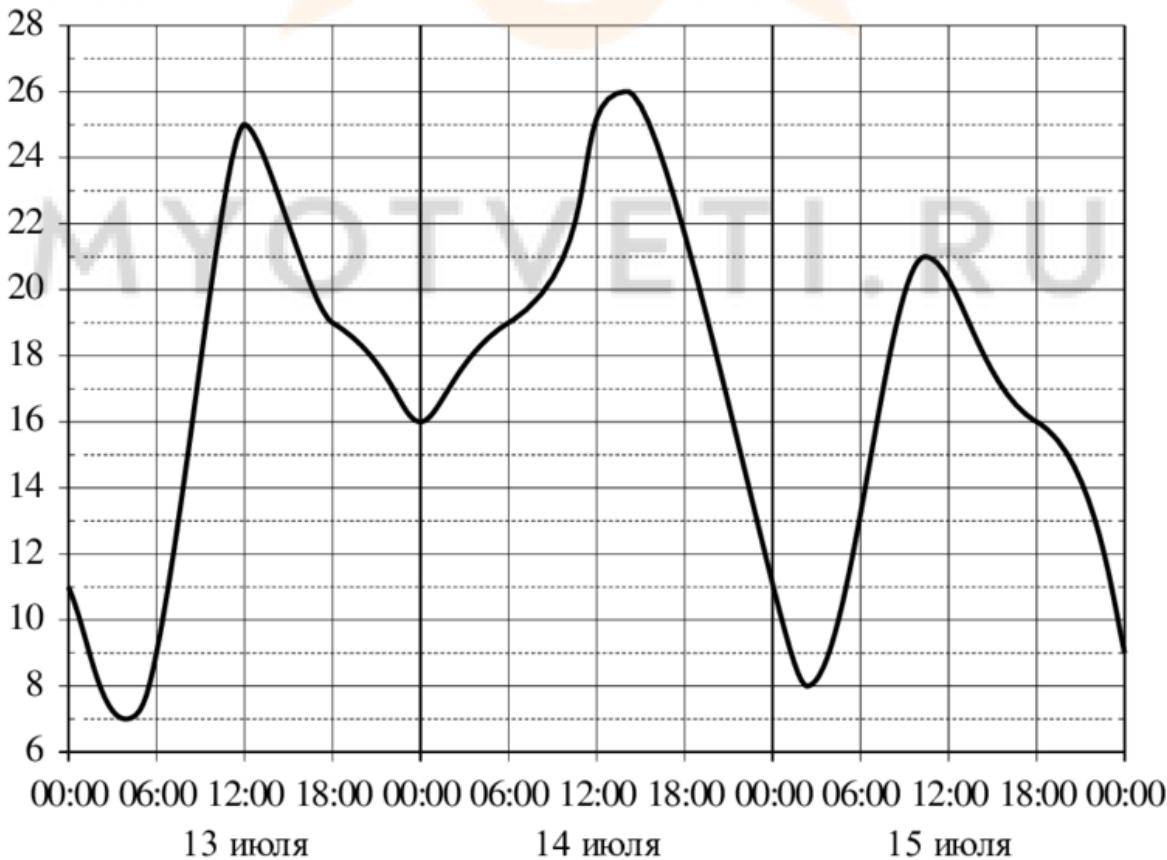
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 90 рублей за штуку и продаёт с наценкой 25 %. Какое наибольшее количество таких горшков можно купить в этом магазине на 1400 рублей?

Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

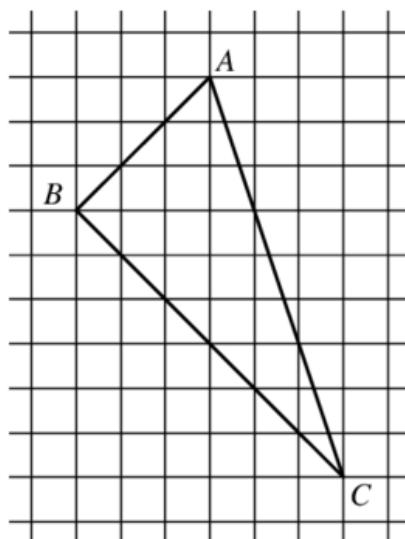


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины B .

Ответ: _____.

**4**

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

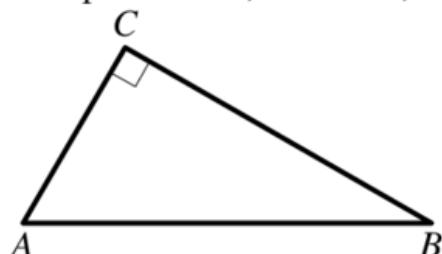
5

Решите уравнение $\sqrt{-12 - 7x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

6

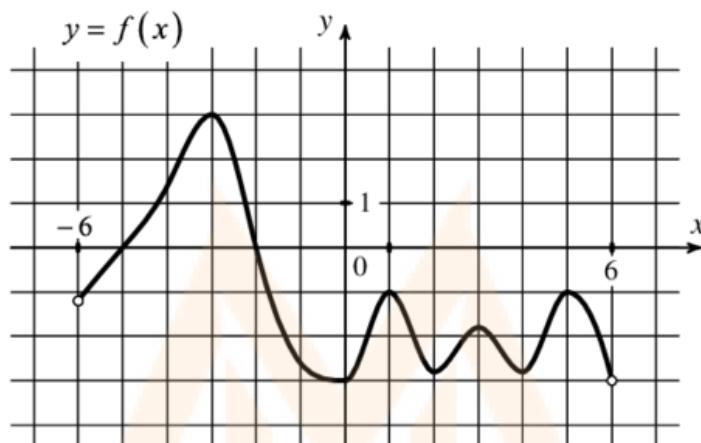
В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $BC = 9$. Найдите $\sin A$.



Ответ: _____.

7

- На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -12$.

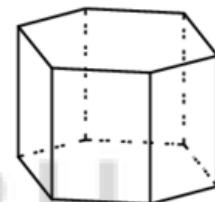


Ответ: _____.

8

- Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 10, а высота равна 9.

Ответ: _____.



Часть 2

9

- Найдите значение выражения $\frac{2^{2,4} \cdot 5^{5,4}}{10^{3,4}}$.

Ответ: _____.

10

- Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{8} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $2,9184 \cdot 10^{27} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 660 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 780 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} - 12x + 49$ на отрезке $[34; 49]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin \frac{5x}{2} \sin \frac{3x}{2} + \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} = 2 \cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14

В основании пирамиды $MABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AM — точка F так, что $MF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру MB .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость CEF пересекает грань AMD пирамиды.

15

Решите неравенство $4^{x+3} - x^3 \cdot 4^x \leq 256 - 4x^3$.

16

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ AC . Также известно, что в $ABCD$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что отрезки AC и BD перпендикулярны.

б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника $ABCD$, если $AC = 26$ и $BD = 10$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платёж по кредиту не превысил 1,35 млн руб.?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-4)^2 + (y-16)^2) \leq 0, \\ (x-a-1)^2 + (y-2a-2)^2 \leq 4(a+1)^2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19

а) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 750?

б) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 6250?

в) Найдите все такие натуральные числа n , что каждое из чисел n , $n+1$ и $n+2$ трёхзначное, а десятичная запись их произведения $n(n+1)(n+2)$ оканчивается на 8000.