

**Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

30 сентября 2020 года
Вариант MA2010111
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

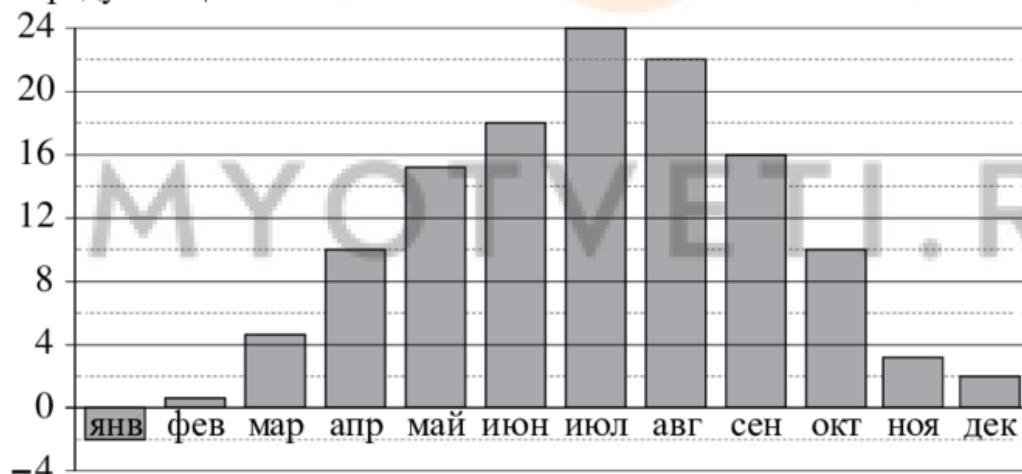
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Шариковая ручка стоит 20 рублей. Какое наибольшее количество таких ручек можно будет купить на 300 рублей после повышения цены на 25 %?

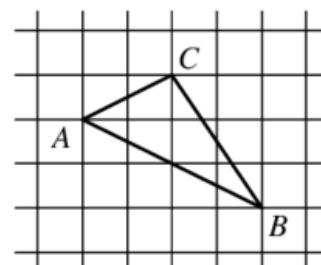
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его медианы, проведённой из вершины C .



Ответ: _____.

4

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,02 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____.

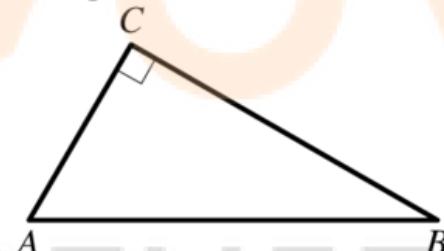
5

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{5}{6x-7}} = \frac{1}{11}$.

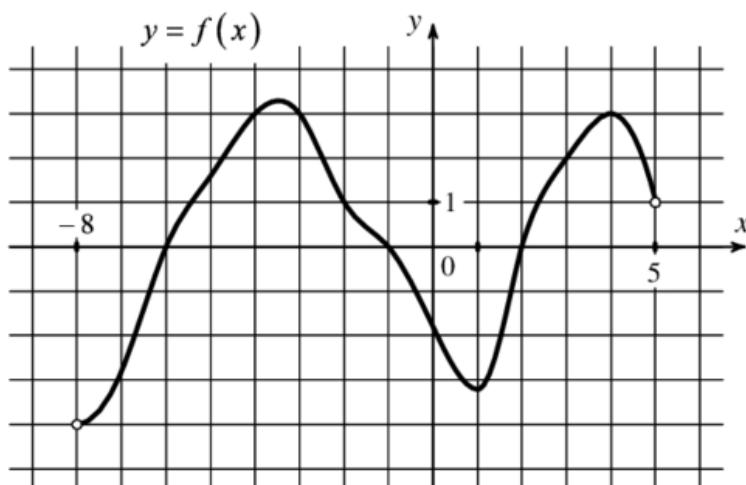
Ответ: _____.

6

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 2$, $BC = \sqrt{21}$. Найдите $\cos A$.

**7**

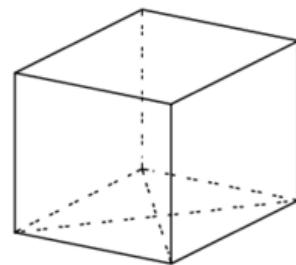
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-8; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

8

Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 5 и 12, а боковое ребро равно 16.



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $14^{-5,2} \cdot 7^{7,2} : 2^{-6,2}$.

Ответ: _____.

10

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,5 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 80 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 90 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = 12 + 12x - 2x^{\frac{3}{2}}$ на отрезке $[4; 52]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin \frac{7x}{2} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{7x}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos^2 3x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

14

В основании пирамиды $MABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на рёбрах AM и AB — точки F и G соответственно так, что $MF = BE = BG = 3$.

а) Докажите, что плоскость GEF проходит через точку C .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость GEF пересекает грань CMD пирамиды.

15

Решите неравенство $3^{x+3} - x^3 \cdot 3^x \leq 81 - 3x^3$.

16

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ AC . Также известно, что в $ABCD$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что отрезки AC и BD перпендикулярны.

б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника $ABCD$, если $AC = 26$ и $BD = 24$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на некоторый срок. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платёж по кредиту не превысил 1,25 млн руб.?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-4)^2 + (y-16)^2) \leq 0, \\ (x-a-1)^2 + (y-2a-2)^2 \leq 4(a+1)^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19

- Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 250?
- Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 8750?
- Найдите все такие натуральные числа n , что каждое из чисел n , $n+1$ и $n+2$ трёхзначное, а десятичная запись их произведения $n(n+1)(n+2)$ оканчивается на 4000.

**Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

30 сентября 2020 года
Вариант MA2010112
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

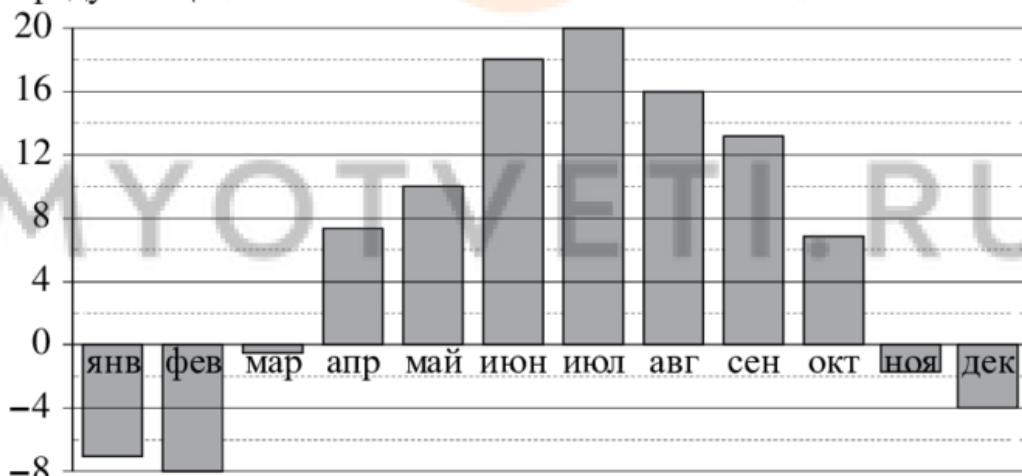
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Шариковая ручка стоит 10 рублей. Какое наибольшее количество таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 25 %?

Ответ: _____.

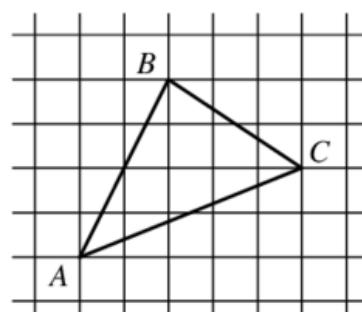
- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1999 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его медианы, проведённой из вершины C .

Ответ: _____.



4

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,11 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____.

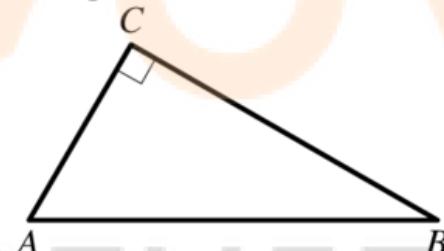
5

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{15}{3x-15}} = \frac{1}{4}$.

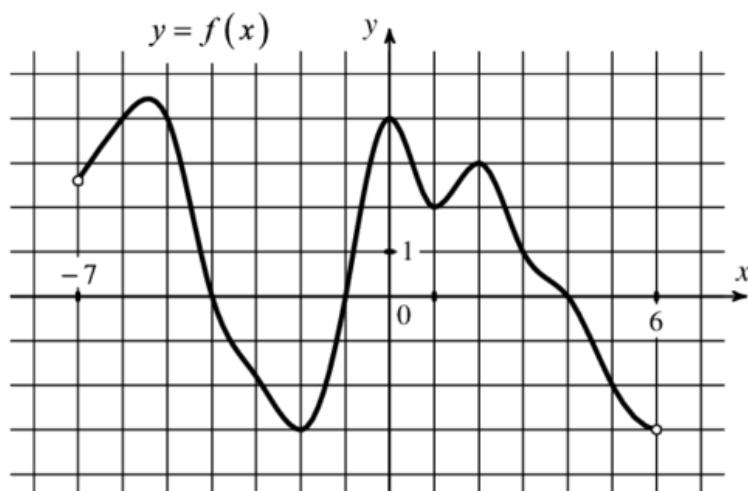
Ответ: _____.

6

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 6$, $BC = 2\sqrt{91}$. Найдите $\cos A$.

**7**

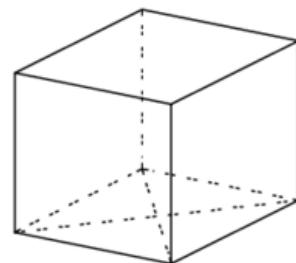
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

8

Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 8 и 15, а боковое ребро равно 28.



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $35^{3,4} \cdot 7^{-3,4} : 5^{1,4}$.

Ответ: _____.

10

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,7 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = 15 + 3x - 2x^{\frac{3}{2}}$ на отрезке $[0; 9]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin \frac{5x}{2} \sin \frac{3x}{2} + \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} = 2 \cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

14

В основании пирамиды $MABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AM — точка F так, что $MF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру MB .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость CEF пересекает грань AMD пирамиды.

15

Решите неравенство $4^{x+3} - x^3 \cdot 4^x \leq 256 - 4x^3$.

16

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ AC . Также известно, что в $ABCD$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что отрезки AC и BD перпендикулярны.

б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника $ABCD$, если $AC = 26$ и $BD = 10$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платёж по кредиту не превысил 1,35 млн руб.?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-4)^2 + (y-16)^2) \leq 0, \\ (x-a-1)^2 + (y-2a-2)^2 \leq 4(a+1)^2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19

- Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 750?
- Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 6250?
- Найдите все такие натуральные числа n , что каждое из чисел n , $n+1$ и $n+2$ трёхзначное, а десятичная запись их произведения $n(n+1)(n+2)$ оканчивается на 8000.