

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2020–2021 уч. г.

Муниципальный этап.

Экономика.

10–11 классы

Название части и № задания	Тип задания	Критерии
Тестовые задания Задания 1–5	Выбрать один ответ	Оценка за каждое задание – 4 балла. Максимальная оценка за тестовые задания – 20 баллов
Задание с кратким ответом Задания 1–10	Точное совпадение числового ответа	Оценка за каждое задание – 8 баллов. Максимальная оценка за задания с кратким ответом – 80 баллов

Максимум за работу – 100.

Задания с кратким ответом

1. Страна С импортирует кофе из страны К, где валютой является колон. Страна К продаёт стране С 1 кг кофе за 6 тыс. колонов. Валютный курс доллара страны С к колону такой, что за 1 доллар дают 600 колонов. В стране С действует 20 %-ный тариф на импорт кофе. Какая будет итоговая цена 1 кг импортированного кофе в стране С?

Ответ: 12 долларов.

Решение:

Итоговая цена в стране С будет в долларах с учётом 20 %-ного тарифа:

$$\frac{6000}{600} \cdot 1,2 = \$12$$

2. Известно, что номинальный ВВП страны С на конец 2020 года составил 2080 миллиардов долларов, а реальный ВВП страны С в конце 2020 года в ценах конца 2019 года составил 2000 миллиардов долларов. Рассчитайте инфляцию в стране С на основе дефлятора ВВП за 2020 год. Ответ дайте в процентах.

Ответ: 4 %.

Решение:

Дефлятор ВВП рассчитывается по формуле $= \frac{ВВП_{nom}}{ВВП_{real}} = \frac{2080}{2000} = 1,04$, следовательно, 4 %.

3. Вася и его друзья хотят купить несколько упаковок чипсов (x) и несколько литров газировки (y) для большой вечеринки. Они знают, что после

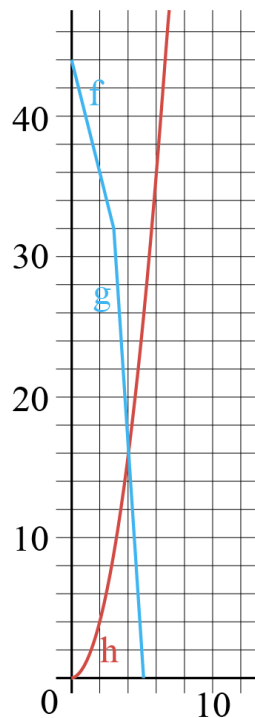
употребления чипсов гости захотят пить, поэтому оптимальное количество продуктов описывается уравнением: $y = x^2$. Для проведения вечеринки ребята смогли собрать 44 тугрика.

Рядом с домом Васи находится магазин «А», в котором упаковка чипсов продаётся по цене 4 тугрика, а литр газировки стоит всего 1 тугрик. К сожалению, магазин «А» маленький, поэтому ребята не могут купить там более 3 упаковок чипсов. К счастью, они могут докупить неограниченное количество продуктов в торговом центре «Б»: цена на газировку там такая же, а вот чипсы стоят дороже (16 тугриков за упаковку).

Сколько упаковок чипсов приобретут ребята в торговом центре, если они хотят закупить максимально возможное количество товаров с учётом условия о соотношении между продуктами?

Ответ: 1 (упаковку чипсов).

Решение:



Так как Вася хочет приобрести максимальное количество товаров, то он потратит все свои деньги.

Рассмотрим все возможные комбинации чипсов и газировки, которые доступны Васе.

Заметим, что в магазине «А» чипсы дешевле, чем в торговом центре.

Поэтому если $x \leq 3$, то все чипсы закупаются в магазине, а газировка в любом месте на все оставшиеся средства. Получаем $y = 44 - 4x$.

Пусть $x > 3$. Тогда 3 упаковки чипсов Вася закупает в магазине, а оставшиеся чипсы – в торговом центре по 16 тугриков за штуку. На покупку газировки и чипсов в торговом центре у Васи будет $44 - 3 \cdot 4 = 32$ тугрика.

В торговом центре он купит $(x - 3)$ упаковки чипсов по цене 16. Тогда максимальное количество литров газировки, которое может купить Вася при

каком-то фиксированном количестве упаковок чипсов, находится из уравнения:
 $16(x - 3) + y = 32$.

Получаем выражение для этого участка: $y = 80 - 16x$.

Тогда все доступные Васе наборы (с учётом того, что Вася тратит все средства) удовлетворяют следующему соотношению:

$$y = \begin{cases} 44 - 4x, & x \leq 3 \\ 80 - 16x, & x \geq 3 \end{cases}$$

Вася приобретает продукты согласно уравнению $y = x^2$. Так как он хочет закупить максимальное количество продуктов, а y убывает по x , нужная комбинация лежит на пересечении уравнения и ограничения, полученного ранее.

Так как $(3; 32)$ лежит выше точки $(3; 9)$, то нам нужен второй кусок ограничения.

Получаем: $80 - 16x = x^2 \rightarrow x = 4$ упаковки чипсов.

В торговом центре ребята приобретут $4 - 3 = 1$ упаковку чипсов.

4. Государство решило уменьшить дефицит бюджета и ввело потоварный налог на каждую проданную пачку сигарет. При ставке налога, равной 5 у.е. за 1 пачку, налоговые сборы составили 450 у.е., и это максимально возможные налоговые сборы. Кривая Лаффера (зависимость налоговых сборов от налоговой ставки) имеет вид параболы.

Какое количество пачек сигарет будет продано, если государство установит налог, равный 3 у.е.?

Ответ: 126 пачек

Решение:

Кривая Лаффера имеет вид параболы, а при ставке налога 0 должна проходить через начало координат ($T = tQ = 0 \cdot Q = 0$).

Тогда налоговые сборы описываются функцией: $T = -at^2 + bt$.

Максимум налоговых сборов достигается при $t = \frac{b}{2a} = 5$

$$b = 10a$$

Подставим полученное выражение в кривую Лаффера:

$$T = -at^2 + 10at$$

$$a \cdot 25 = 450$$

$$a = 18$$

$$b = 10 \cdot 18 = 180$$

Итоговая функция налоговых сборов имеет вид:

$$T = -18t^2 + 180t$$

$$T = tQ \rightarrow Q = 180 - 18t$$

При $t = 3$ производит $Q = 180 - 18 \cdot 3 = 180 - 54 = 126$

5. В каждом из племён А и Б живут бедняки и богачи. Их доходы (в кокосах) представлены в таблице:

	А	Б
Бедняки	5	x
Богачи	7	10
Доля бедняков	0,1	0,4

При каком наименьшем значении x среднедушевой доход в племени Б не меньше, чем в племени А?

Ответ: 2.

Решение:

Пусть в племени А доля бедняков равна a , а в племени Б – b .

Тогда доли богачей $1 - a$ и $1 - b$ соответственно.

Среднедушевой доход в стране А равен: $5a + 7(1 - a) = 7 - 2a$.

Среднедушевой доход в стране Б равен: $xb + 10(1 - b) = 10 - 10b + xb$.

Известно, что $a = 0,1$, $b = 0,4$. Среднедушевой доход в племени А равен 6,8, а в племени Б равен $6 + 0,4x$.

Среднедушевой доход в племени Б не меньше, чем в племени А, если

$$6 + 0,4x \geq 6,8$$

$$x \geq 2$$

Следовательно, наименьшее значение x равно 2.

6. Бывший морской капитан Христофор Бонифатьевич Врунгель собирается поучаствовать в международной кругосветной парусной регате, но для этого ему нужна одномачтовая яхта (желательно с реактивным двигателем). Христофор Бонифатьевич обратился в банк за долгосрочным кредитом на 5 лет в размере 70 000 д.е. Банк выдал ему кредит под 10 % годовых с начислением процентов раз в год. Схема погашения кредита такова, что выплаты основного долга должны возрастать на 5000 д.е. каждый год, а также каждый год должны выплачиваться проценты на остаток основного долга.

Найдите, какую сумму должен будет отнести в банк капитан Врунгель в конце третьего года.

Ответ: 19 700.

Решение:

Сначала определим величину первой уплаты основного долга D_1 . Так как кредит выдан на 5 лет и выплаты основного долга должны возрастать на 5000 д.е. каждый год, то

$$D_1 + (D_1 + 5) + (D_1 + 2 \cdot 5) + (D_1 + 3 \cdot 5) + (D_1 + 4 \cdot 5) = 70\,000.$$

Пользуясь формулами суммы арифметической прогрессии, где $n = 5$ – кол-во лет, на которые выдан кредит, получаем:

$$D_1 = \frac{70\,000}{n} - \frac{(n-1)}{2} \cdot 5000 = \frac{70\,000}{5} - \frac{5-1}{2} \cdot 5000 = 4000 \text{ д.е.}$$

Тогда на начало третьего года остаток основного долга будет составлять $70\,000 - (4000 + (4000 + 5000)) = 57\,000$.

Тогда в конце третьего года банку нужно будет выплатить очередную порцию тела долга + проценты на остаток основного долга:
 $(4000 + 5000 \cdot 2) + 57\,000 \cdot 0,10 = 19\,700$.

7. Музыкальная группа Lopt даёт концерты на рынке совершенной конкуренции. Функция рыночного спроса на концерты имеет вид $Q = 50 - 0,5P$, где Q – количество концертов, а P – цена билета на концерт. Функция затрат группы Lopt на организацию концертов имеет вид $TC = Q^3 - 10Q^2 + bQ$. Найдите, при каком значении параметра b группа Lopt будет давать ненулевое количество концертов в состоянии долгосрочного равновесия.

Ответ: $b = 115$.

Решение:

В долгосрочном периоде фирма на рынке совершенной конкуренции получает нулевую экономическую прибыль (следовательно, $P = AC$), а также устанавливает объём выпуска, руководствуясь правилом $P = MC$.

$$P = 100 - 2Q.$$

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{Q^3 - 10Q^2 + bQ}{Q} = Q^2 - 10Q + b$$
$$MC = TC'_Q = 3Q^2 - 20Q + b$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 100 - 2Q = Q^2 - 10Q + b \\ 100 - 2Q = 3Q^2 - 20Q + b \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое:

$$0 = 2Q^2 - 10Q$$
$$Q_1 = 0; Q_2 = 5$$

Так как по условию Q должно быть больше нуля, нам подходит только $Q_2 = 5$.
Найдём b :

$$b = 100 - 2Q - (Q^2 - 10Q) = 100 + 8 \cdot 5 - 25 = 115$$

8. Спрос и предложение на ириски в стране И имеют вид $Q_d^I = 10 - 2P$, $Q_s^I = P - 2$, а в стране Т – соответственно $Q_d^T = \frac{a}{P}$, $Q_s^T = 2P - 3$. Найдите минимальное целое значение параметра a , при котором страна Т будет импортировать строго положительное количество ирисок из страны И.

Ответ: 21.

Решение:

Найдём равновесную цену в стране И: $10 - 2P = P - 2, P^* = 4$.

Чтобы страна Т импортировала строго положительное количество ирисок, равновесная цена внутри неё должна быть больше 4, то есть решением уравнения

$$\frac{a}{P} = 2P - 3$$

должно быть $P > 4$. Это возможно для положительных a (в силу закона спроса) и при условии, что значение трёхчлена $2P^2 - 3P - a$ в точке $P = 4$ меньше нуля. Тогда $a > 20$, следовательно, минимальное целое $a = 21$.

Единое условие для заданий 9 и 10.

Совершенно конкурентный рынок часов характеризуется линейной функцией спроса и предложения. Государство ввело фиксированную потоварную субсидию на каждую проданную тысячу единиц, что увеличило их продажу в равновесии с 2 до 4 тыс. единиц. При этом минимальная цена, по которой производители были готовы продавать ненулевой объём, раньше составляла 3 тыс. рублей, но после введения субсидии уменьшилась до 1 тыс. рублей.

9. Чему равен размер субсидии (в тыс. рублей)?

Ответ: 2.

Решение:

Функции линейны, следовательно, субсидия равна $3 - 1 = 2$ тыс. рублей (на каждую единицу продукции). Аналогичный результат можно получить и аналитически, используя линейные функции спроса и предложения.

10. Чему равен объём потерь мёртвого груза (в млн рублей)?

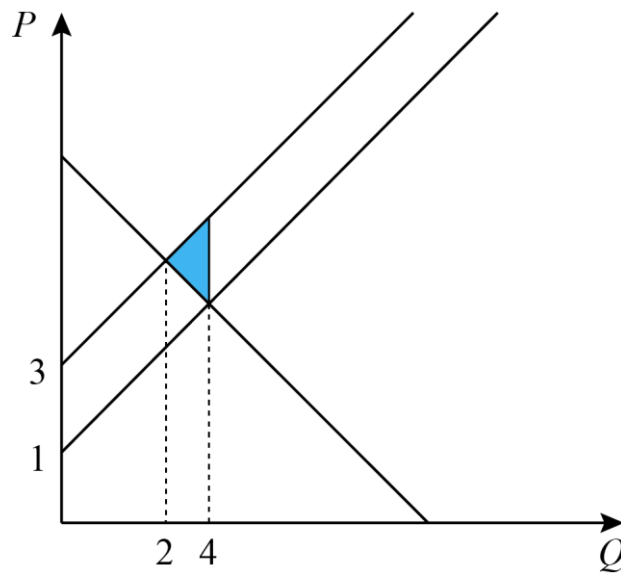
Ответ: 2.

Решение:

Чтобы найти объём потерь мёртвого груза (DWL) как площадь треугольника, нужно построить график (см. ниже).

Высота равна $4 - 2 = 2$ тыс. единиц, основание равно размеру субсидии, то есть 2 тыс. рублей.

Мёртвый груз равен $\frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ млн рублей.



По 8 баллов за каждый правильный ответ.
Максимум за задания с кратким ответом – 80 баллов.

Максимум за работу – 100 баллов.