

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Образец реального варианта**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

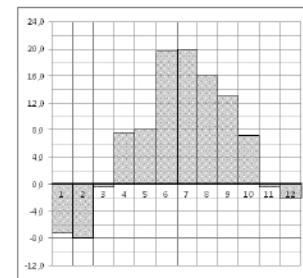
Все материалы получены из открытых источников и публикуются после экзамена в ознакомительных целях

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

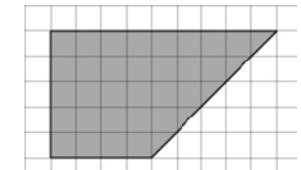
**Часть 1**

1. В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 6500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$ .

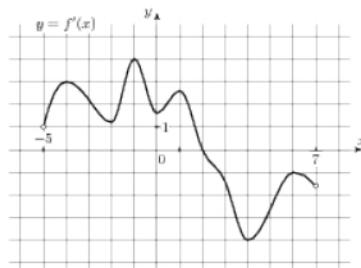


4. В сборнике билетов по математике всего 60 билетов, в 9 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по производной.

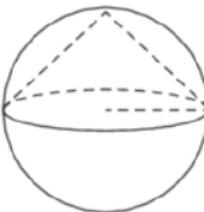
5. Найдите корень уравнения  $4^{4-x} = 64$ .

6. Один из углов прямоугольного треугольника равен  $29^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 7)$ . В какой точке отрезка  $[2; 6]$   $f(x)$  принимает наименьшее значение?



8. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 27. Найдите объем шара.



## Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{-14\sin 84^\circ}{\sin 42^\circ \cdot \sin 48^\circ}$$

10. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 90$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление дается формулой  $R_{общ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом), а

для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в Омах.

11. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

12. Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x+10) - 5x + 7$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$4\sin^3 x + 3\sin x + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cos 2x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**14.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания равна 14, высота  $SH$  равна 24. Точка  $K$  – середина бокового ребра  $SD$ , а точка  $N$  – середина ребра  $CD$ . Плоскость  $AKB$  пересекает боковое ребро  $SC$  в точке  $P$ .

- а) Докажите, что прямая  $KP$  пересекает отрезок  $SN$  в его середине.  
б) Найдите расстояние от точки  $P$  до плоскости  $SAB$ .

**15.** Решите неравенство:

$$16^{\frac{1}{x}-1} - 4^{\frac{1}{x}-1} - 2 \geq 0.$$

**16.** Трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD$  и высотой  $BH$  вписана в окружность. Прямая  $BH$  вторично пересекает эту окружность в точке  $K$ .

- а) Докажите, что прямые  $AC$  и  $AK$  перпендикуляры.  
б) Прямые  $CK$  и  $AD$  пересекаются в точке  $N$ . Найдите  $AD$ , если радиус окружности равен 12,  $\angle BAC = 30^\circ$ , а площадь четырехугольника  $BCNH$  в 8 раз больше площади треугольника  $KNH$ .

**17.** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тыс. рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 19% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{x^2 - 7ax + 8a}$$

имеет ровно два различных корня.

**19.** На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно сумме цифр первого, а третье равно сумме цифр второго.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 420?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равна 419?
- в) В тройке чисел первое число трёхзначное, а третье равно 5. Сколько существует таких троек?

**ОТВЕТЫ**

<b>1</b>	7150
<b>2</b>	5
<b>3</b>	32,5
<b>4</b>	
<b>5</b>	1
<b>6</b>	16
<b>7</b>	6
<b>8</b>	108
<b>9</b>	- 28
<b>10</b>	10
<b>11</b>	25
<b>12</b>	- 9,8

<b>13</b>	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k;$ a) $\pi k; k \in Z$ б) $\frac{10\pi}{3}; 2\pi; 3\pi.$
<b>14</b>	$\frac{168}{25}.$
<b>15</b>	$\left(0; \frac{2}{3}\right].$
<b>16</b>	$4\sqrt{33}.$
<b>17</b>	1400 тыс. рублей
<b>18</b>	$(-\infty; -2) \cup (-2; -1] \cup (0; \infty)$
<b>19</b>	a) да, например 395, 17, 8; б) нет; в) 85.