

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 декабря 2021 года

Вариант МА2110209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

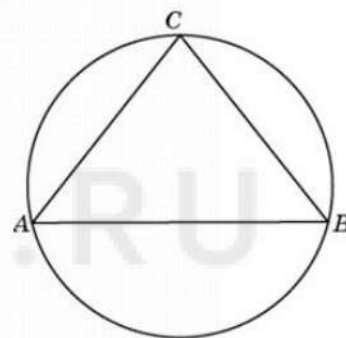
- 1 Решите уравнение  $\frac{5}{14}x^2 = 4\frac{3}{8}$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 В классе 9 учащихся, среди них два друга — Олег и Сергей. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Сергей окажутся в одной группе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 13, основание равно 24. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

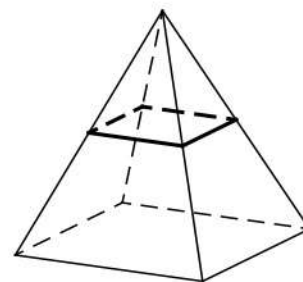


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите значение выражения  $\frac{5^{3,8} \cdot 7^{5,8}}{35^{4,8}}$ .

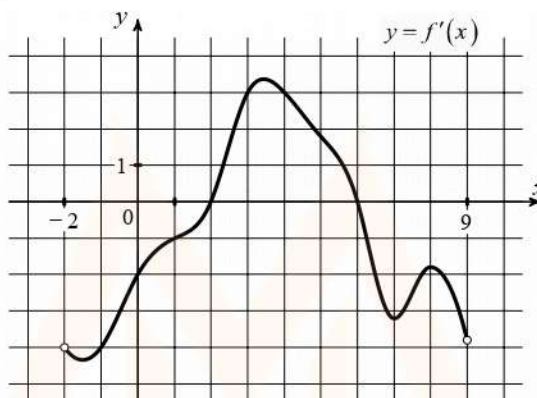
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 22. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -x + 20$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

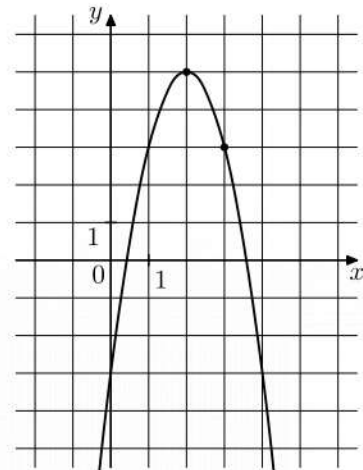
- 7 Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, вычисляется по формуле  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$ , где  $v_0 = 24$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 13,4 м на расстоянии 1 м?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Два человека отправляются одновременно из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 6,3 км от дома. Первый идёт со скоростью 2,5 км/ч, а второй — со скоростью 3,8 км/ч. Дойдя до опушки, второй разворачивается и с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx - 3$ . Найдите значение  $f(8)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На фабрике керамической посуды 20 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефекта. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите точку максимума функции  $y = 5 + 12x - 2x^{\frac{3}{2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение  $4\cos^2 x - 1 = -\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

13

В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  в грани  $SBC$  проведена высота  $SH$ , а в грани  $SEF$  проведена высота  $SK$ .

а) Докажите, что прямая  $AD$  перпендикулярна плоскости  $SHK$ .

б) Найдите угол между прямыми  $BE$  и  $SH$ , если  $SA = 13$ , а  $BC = 10$ .

14

Решите неравенство  $\frac{28}{\left(2^{7-x^2}-4\right)^2} + \frac{1}{2^{7-x^2}-4} - 2 \geq 0$ .

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 475 000 рублей?

16

Диагонали  $AC$  и  $BD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известно, что угол  $DAC$  равен  $90^\circ$ , а угол  $ACB$  в 2 раза больше угла  $ADB$ . Сумма угла  $DBC$  и удвоенного угла  $ADC$  равна  $180^\circ$ .

а) Докажите, что  $BP = 2AP$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ , если  $BD = 8$  и точка  $P$  является серединой диагонали  $BD$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^{ax} | 2^{x^2} < 7^{-[x+2a]}, \\ 2x^3 + x^2 + x < 2a^3 + a^2 + a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[-2; 1]$ .

**18** Символом  $[a]$  обозначается целая часть числа  $a$ , то есть наибольшее целое число, не превосходящее  $a$ . Например,  $[\sqrt{2}] = 1$  и  $[-3,4] = -4$ .

а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+2}] | [\sqrt{n-2}] = n$ ?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+35}] | [\sqrt{n-34}] = n$ ?

в) Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых  $[\sqrt{n+75}] | [\sqrt{n-74}] = n$ .

MYOTVETI.RU

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 декабря 2021 года

Вариант МА2110210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

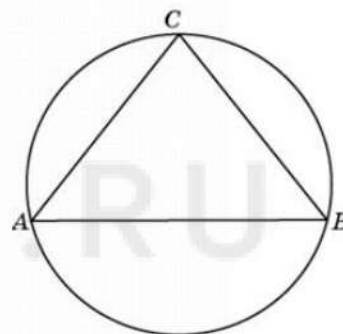
- 1 Решите уравнение  $\frac{8}{15}x^2 = 3\frac{1}{3}$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Олег и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Андрей окажутся в одной группе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 30, основание равно 36. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

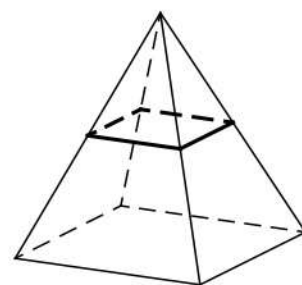


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите значение выражения  $\frac{2^{4,4} \cdot 6^{7,4}}{12^{6,4}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

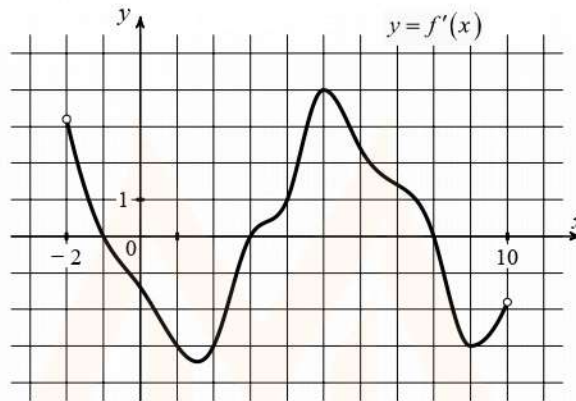
- 5 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 18. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 6 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 10)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = x - 17$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

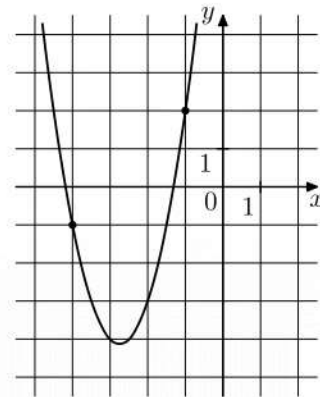
- 7 Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, вычисляется по формуле  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$ , где  $v_0 = 16$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 8,6 м на расстоянии 1 м?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Два человека отправляются одновременно из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,2 км от дома. Первый идёт со скоростью 2,5 км/ч, а второй — со скоростью 4,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй разворачивается и с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + 11$ . Найдите значение  $f(0,5)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 75 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефекта. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите точку максимума функции  $y = 6 + 15x - 2x^{\frac{3}{2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение  $2 \cos^2 x + 1 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

13

В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  в грани  $SAB$  проведена высота  $SH$ , а в грани  $SDE$  проведена высота  $SK$ .

а) Докажите, что прямая  $CF$  перпендикулярна плоскости  $SHK$ .

б) Найдите угол между прямыми  $AD$  и  $SH$ , если  $SA = 25$ , а  $AB = 14$ .

14

Решите неравенство  $\frac{14}{\left(4^{5-x^2} - 2\right)^2} + \frac{1}{4^{5-x^2} - 2} - 4 \geq 0$ .

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 575 000 рублей?

16

Диагонали  $AC$  и  $BD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известно, что угол  $DAC$  равен  $90^\circ$ , а угол  $ACB$  в 2 раза больше угла  $ADB$ . Сумма угла  $DBC$  и удвоенного угла  $ADC$  равна  $180^\circ$ .

а) Докажите, что  $BP = 2AP$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ , если  $BD = 16$  и точка  $P$  является серединой диагонали  $BD$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 25^{ax+x} \cdot 5^{x^2} < 7^{-(x+2a+2)}, \\ 2x^3 + x^2 + 2x < 2a^3 + a^2 + 2a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[-1; 2]$ .

**18** Символом  $[a]$  обозначается целая часть числа  $a$ , то есть наибольшее целое число, не превосходящее  $a$ . Например,  $[\sqrt{2}] = 1$  и  $[-3,4] = -4$ .

а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+1}] \cdot [\sqrt{n-1}] = n$ ?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+25}] \cdot [\sqrt{n-24}] = n$ ?

в) Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых  $[\sqrt{n+65}] \cdot [\sqrt{n-64}] = n$ .

MYOTVETI.RU



## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 декабря 2021 года

Вариант МА2110211

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

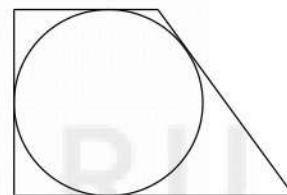
1 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} = 16^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 В группе туристов 32 человека. Их вертолёт доставляет в труднодоступный район, перевозя по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист К. полетит пятым рейсом вертолёта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 36, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.

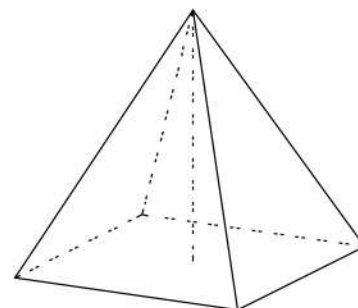


Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Найдите значение выражения  $\frac{38\cos 13^\circ}{\cos 167^\circ}$ .

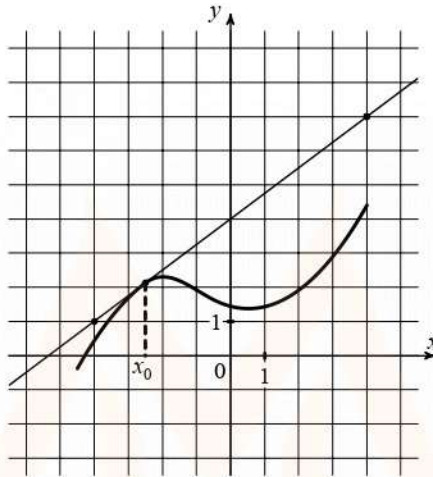
Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 14, а высота равна 24.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

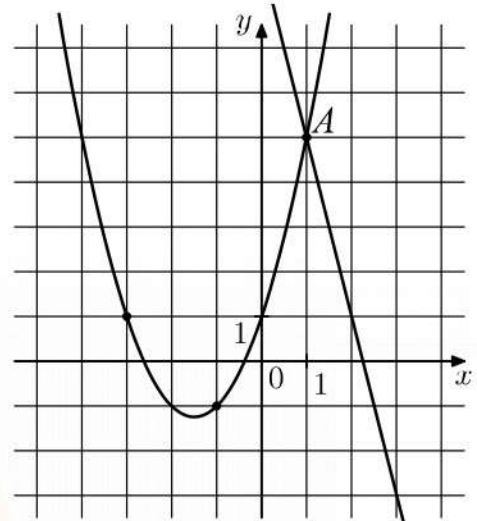
- 7 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 1,6 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $6,25 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Феде надо решить 133 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Федя решил 7 задач. Определите, сколько задач решил Федя в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -4x + 9$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,4. Найдите вероятность того, что в течение года в фонаре хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите наименьшее значение функции  $y = x\sqrt{x} - 3x + 9$  на отрезке  $[3; 4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение  $4\cos^2 x - 1 = -\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

13

В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  в грани  $SBC$  проведена высота  $SH$ , а в грани  $SEF$  проведена высота  $SK$ .

а) Докажите, что прямая  $AD$  перпендикулярна плоскости  $SHK$ .

б) Найдите угол между прямыми  $BE$  и  $SH$ , если  $SA = 13$ , а  $BC = 10$ .

14

Решите неравенство  $\frac{28}{\left(2^{7-x^2} - 4\right)^2} + \frac{1}{2^{7-x^2} - 4} - 2 \geq 0$ .

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 475 000 рублей?

16

Диагонали  $AC$  и  $BD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известно, что угол  $DAC$  равен  $90^\circ$ , а угол  $ACB$  в 2 раза больше угла  $ADB$ . Сумма угла  $DBC$  и удвоенного угла  $ADC$  равна  $180^\circ$ .

а) Докажите, что  $BP = 2AP$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ , если  $BD = 8$  и точка  $P$  является серединой диагонали  $BD$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^{ax} | 2^{x^2} < 7^{-[x+2a]}, \\ 2x^3 + x^2 + x < 2a^3 + a^2 + a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[-2; 1]$ .

**18** Символом  $[a]$  обозначается целая часть числа  $a$ , то есть наибольшее целое число, не превосходящее  $a$ . Например,  $[\sqrt{2}] = 1$  и  $[-3,4] = -4$ .

а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+2}] | [\sqrt{n-2}] = n$ ?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+35}] | [\sqrt{n-34}] = n$ ?

в) Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых  $[\sqrt{n+75}] | [\sqrt{n-74}] = n$ .

MYOTVETI.RU

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 декабря 2021 года

Вариант МА2110212

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

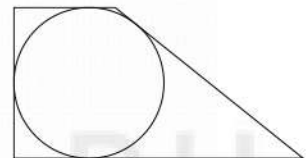
**1** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+7} = 125^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** В группе туристов 20 человек. Их вертолётom доставляют в труднодоступный район, перевозя по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист 3. полетит вторым рейсом вертолётa.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 74, её бóльшая боковая сторона равна 24. Найдите радиус окружности.

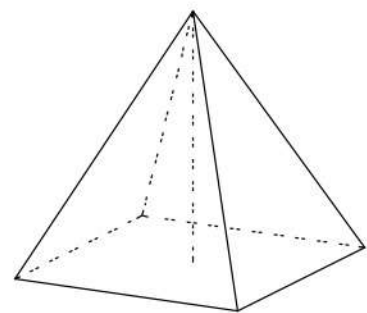


Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите значение выражения  $\frac{35 \cos 157^\circ}{\cos 23^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

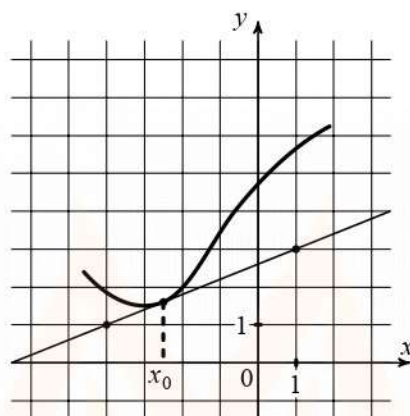
**5** Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 16, а высота равна 15.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 6 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

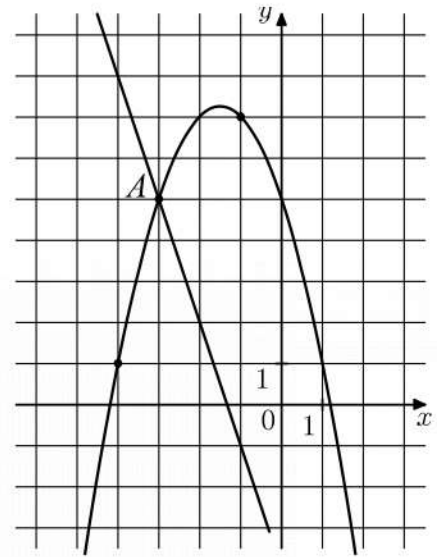
- 7 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 4,86 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $3,75 \cdot 10^6 \text{ Па}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Диме надо решить 138 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Дима решил 13 задач. Определите, сколько задач решил Дима в последний день, если со всеми задачами он справился за 6 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -3x - 4$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,5. Найдите вероятность того, что в течение года в фонаре хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите наименьшее значение функции  $y = x\sqrt{x} - 6x + 8$  на отрезке  $[3; 16]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение  $2 \cos^2 x + 1 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

13

В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  в грани  $SAB$  проведена высота  $SH$ , а в грани  $SDE$  проведена высота  $SK$ .

а) Докажите, что прямая  $CF$  перпендикулярна плоскости  $SHK$ .

б) Найдите угол между прямыми  $AD$  и  $SH$ , если  $SA = 25$ , а  $AB = 14$ .

14

Решите неравенство  $\frac{14}{\left(4^{5-x^2} - 2\right)^2} + \frac{1}{4^{5-x^2} - 2} - 4 \geq 0$ .

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 575 000 рублей?

16

Диагонали  $AC$  и  $BD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известно, что угол  $DAC$  равен  $90^\circ$ , а угол  $ACB$  в 2 раза больше угла  $ADB$ . Сумма угла  $DBC$  и удвоенного угла  $ADC$  равна  $180^\circ$ .

а) Докажите, что  $BP = 2AP$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ , если  $BD = 16$  и точка  $P$  является серединой диагонали  $BD$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 25^{ax+x} \cdot 5^{x^2} < 7^{-(x+2a+2)}, \\ 2x^3 + x^2 + 2x < 2a^3 + a^2 + 2a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[-1; 2]$ .

**18** Символом  $[a]$  обозначается целая часть числа  $a$ , то есть наибольшее целое число, не превосходящее  $a$ . Например,  $[\sqrt{2}] = 1$  и  $[-3,4] = -4$ .

а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+1}] \cdot [\sqrt{n-1}] = n$ ?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+25}] \cdot [\sqrt{n-24}] = n$ ?

в) Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых  $[\sqrt{n+65}] \cdot [\sqrt{n-64}] = n$ .

MYOTVETI.RU