

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10-11 класс

27 января 2022 года

Вариант МА2100109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 18 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–11) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (12–18) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Решите уравнение $x = \frac{-7x - 15}{x + 1}$.

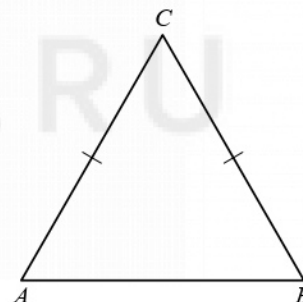
Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

2 В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

3 В треугольнике ABC известно, что $AC = BC = 21$, $\operatorname{tg} A = 2\sqrt{2}$. Найдите длину стороны AB .

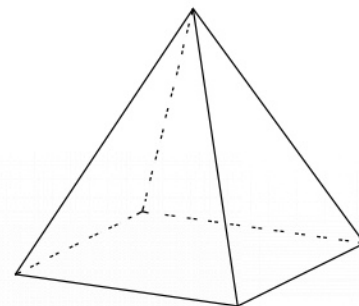


Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} - 2x + 5$ при $x = 5$.

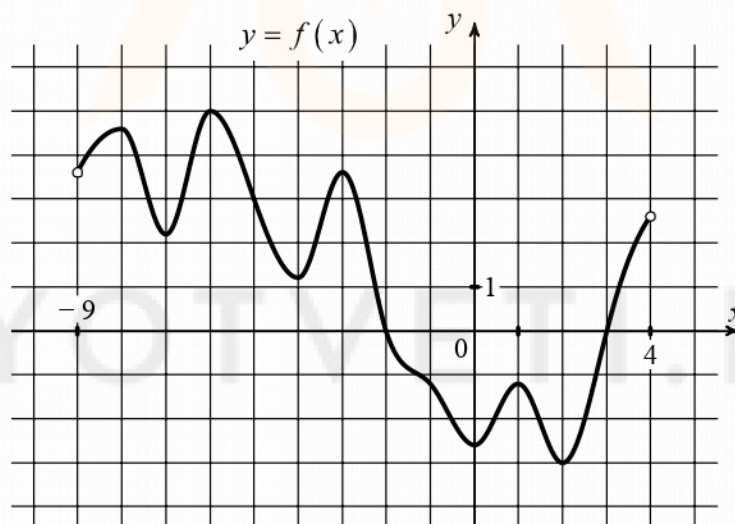
Ответ: _____.

- 5 Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 24, боковые рёбра равны 37. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 4)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

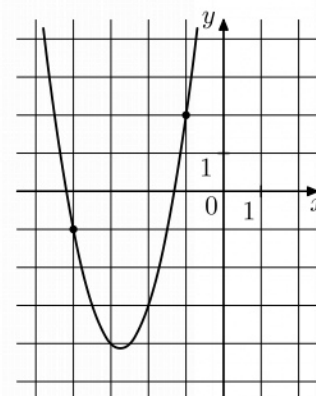
- 7 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = 7,5$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{72}$ м/мин² и $b = -\frac{2}{3}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: _____.

- 8** Имеется два сплава. Первый содержит 10 % никеля, второй — 35 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 175 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображён график функции $f(x) = 2x^2 + bx + c$. Найдите $f(-6)$.



Ответ: _____.

- 10** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии играют фигурами другого цвета. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

- 11** Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 4x^2 + 4x$ на отрезке $[-4; -1]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x + \sqrt{3} \operatorname{tg}(\pi - x) - \sqrt{3} - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

13 Точка S лежит вне плоскости прямоугольника $ABCD$. Известно, что $AB = 8$, $BC = 12$, $SA = 6$, $SB = 10$, $SD = 6\sqrt{5}$.

а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна плоскости ABC .

б) Найдите расстояние от точки A до плоскости SCB .

14 Решите неравенство $\frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^2 - 2x - 3} \leq x + 2$.

15 В июле 2022 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 3 млн рублей.

- 16** Дан треугольник ABC . Точка O — центр вписанной в него окружности. На стороне BC отмечена такая точка M , что $CM = AC$ и $BM = AO$.
- а) Докажите, что прямые AB и OM параллельны.
- б) Найдите площадь четырёхугольника $ABMO$, если угол ACB прямой и $AC = 4$.

- 17** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
- $$x^2 - ax\sqrt{3 - 2x - x^2} + a^2 = 0$$
- имеет хотя бы одно решение.

- 18** Юра записывает на доске n -значное натуральное число, не используя цифру 0. Затем он записывает рядом ещё одно число, полученное из исходного перемещением первой цифры на последнее место. (Например, если $n = 3$ и исходное число равно 123, то второе число равно 231.) После этого Юра находит сумму этих двух чисел.
- а) Может ли сумма чисел на доске равняться 2728, если $n = 4$?
- б) Может ли сумма чисел на доске равняться 83 347, если $n = 5$?
- в) При $n = 6$ оказалось, что сумма чисел делится на 99. Сколько натуральных чисел от 925 111 до 925 999, которые Юра мог использовать в качестве исходного числа?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10-11 класс

27 января 2022 года

Вариант МА2100110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 18 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–11) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (12–18) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Решите уравнение $x = \frac{-4x + 18}{x - 1}$.

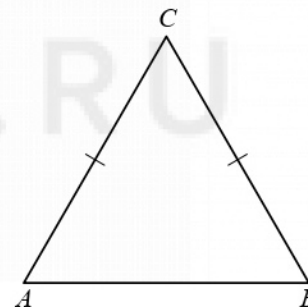
Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

2 В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос **не** подтекает.

Ответ: _____.

3 В треугольнике ABC известно, что $AC = BC = 15$, $\operatorname{tg} A = 2\sqrt{6}$. Найдите длину стороны AB .

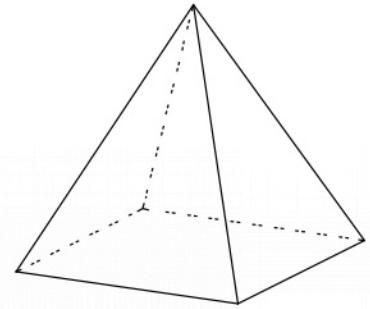


Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} - x + 3$ при $x = 2$.

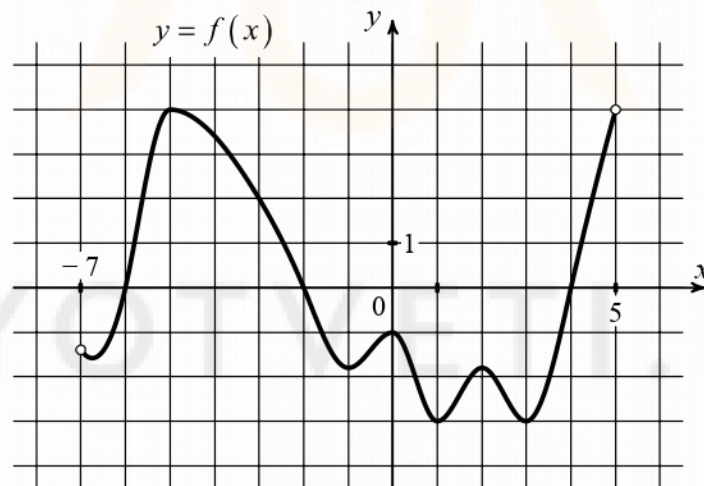
Ответ: _____.

- 5 Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 22, боковые рёбра равны 61. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

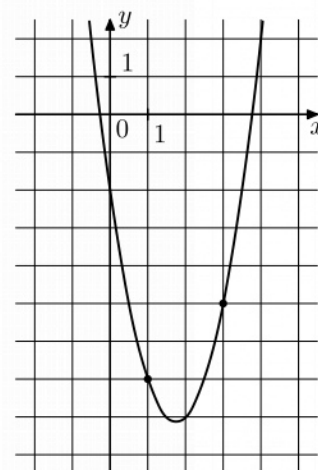
- 7 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = 6$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{72}$ м/мин² и $b = -\frac{2}{3}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: _____.

- 8** Имеется два сплава. Первый содержит 5 % никеля, второй — 30 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображён график функции $f(x) = 2x^2 + bx + c$. Найдите $f(-3)$.



Ответ: _____.

- 10** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии играют фигурами другого цвета. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

- 11** Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x$ на отрезке $[-5; -2]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \sqrt{3}\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(2\pi - x) - \sqrt{3} - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

13 Точка S лежит вне плоскости прямоугольника $ABCD$. Известно, что $AB = 6\sqrt{21}$, $BC = 5$, $SA = 12$, $SB = 30$, $SD = 13$.

а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна плоскости ABC .

б) Найдите расстояние от точки A до плоскости SCB .

14 Решите неравенство $\frac{x^3 + 6x^2 - 32}{x^2 + x - 12} \geq x - 2$.

15 В июле 2022 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 12 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,9S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 2 млн рублей.

16 Дан треугольник ABC . Точка O — центр вписанной в него окружности. На стороне BC отмечена такая точка M , что $CM = AC$ и $BM = AO$.

а) Докажите, что прямые AB и OM параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABMO$, если угол ACB прямой и $AC = 6$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - ax\sqrt{4 - 4x - x^2} + 2a^2 = 0$$

имеет хотя бы одно решение.

18 Юра записывает на доске n -значное натуральное число, не используя цифру 0. Затем он записывает рядом ещё одно число, полученное из исходного перемещением первой цифры на последнее место. (Например, если $n = 3$ и исходное число равно 123, то второе число равно 231.) После этого Юра находит сумму этих двух чисел.

а) Может ли сумма чисел на доске равняться 2640, если $n = 4$?

б) Может ли сумма чисел на доске равняться 25 795, если $n = 5$?

в) При $n = 6$ оказалось, что сумма чисел делится на 33. Сколько натуральных чисел от 525 111 до 525 799, которые Юра мог выбрать в качестве исходного числа?