Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
15 марта 2022 года
Вариант МА2110409
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО____ класс ________

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

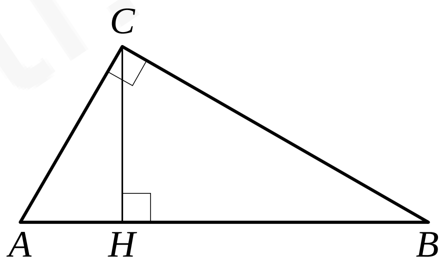
1 Найдите корень уравнения $\sqrt{34-3x}=x-2$.

Ответ: ___________________________.

2 В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 14 из них встречается вопрос по теме «Скорость». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Скорость».

Ответ: ___________________________.

3 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, CH — высота, $AH=6{,}75$, $\cos A=\frac{3}{4}$. Найдите AB.

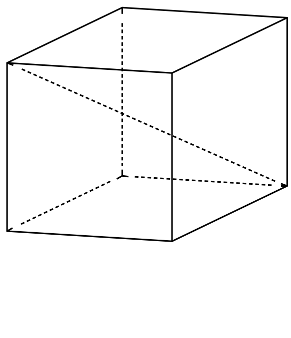


Ответ: ___________________________.

4 Найдите $-20\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=-0{,}8$.

Ответ: ___________________________.

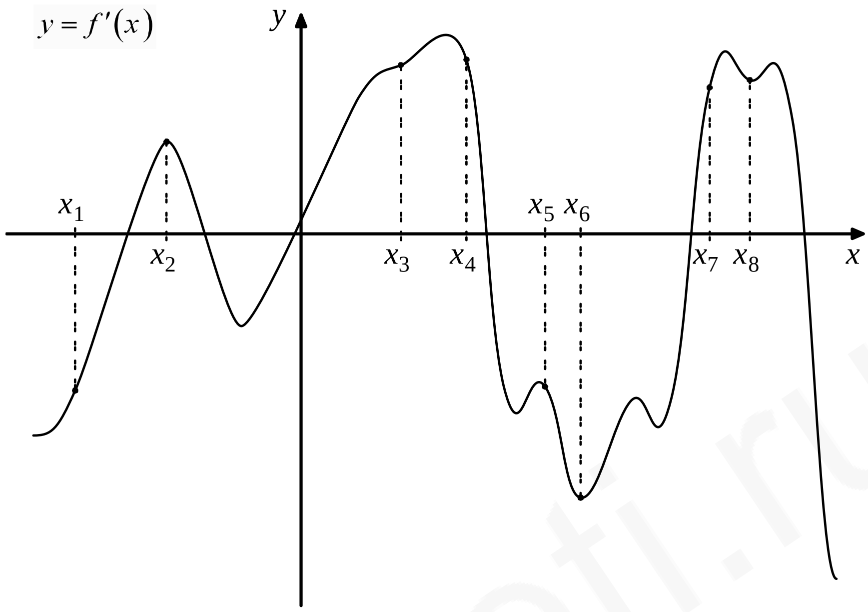
5 Объём куба равен $375\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.



Ответ: ___________________________.

6

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: ______________________________.

7

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа равна 184 мг. Период его полураспада составляет 7 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

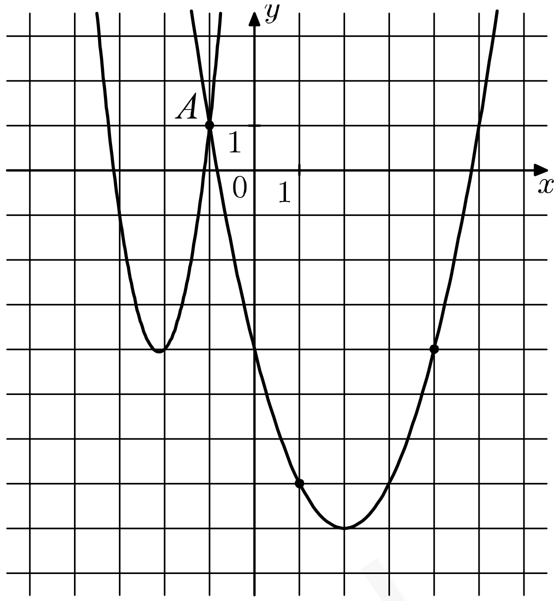
Ответ: ______________________________.

8

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 450 метров меньше, чем скорый, и на путь в 630 км тратит времени на 3 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ______________________________.

9 На рисунке изображены графики функций $f(x)=4x^2+17x+14$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Ответ: ___________________________.

10 Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 5 и 6 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 5 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Ответ: ___________________________.

11 Найдите точку максимума функции $y=x^5+15x^3-260x$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\dfrac{3\cos 2x+7\sin x-5}{9\cos^2 x-5}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\dfrac{3}{2}\pi\right]$.

13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD.

а) Докажите, что $\angle AHC=90^\circ$.

б) Найдите объём пирамиды, если $HA=\sqrt{2}$ и $HC=4$.

14 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}\left(27-2x^2-3x\right)\ge 2\cdot\log_{\frac{1}{9}}\left(24-x^2-x\right)$.

15 В июле планируется взять в банке некоторую сумму в кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года нужно внести платёж, равный 2,662 млн рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что долг был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

16 Из вершины тупого угла C треугольника ABC проведена высота CH. Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH — эту окружность в точке D.

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC.

б) Найдите отношение MN к AB, если известно, что $CM:MA=2:25$ и $CN:NB=2:1$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$2\cos^2 x + \left(5a + \frac{1}{a+1}\right)|\sin x| = a^2 - 6a + 2$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

18 У Вани есть несколько пакетов с вещами, каждый из которых весит целое число килограммов. Он хочет разложить все эти пакеты, не перекладывая их содержимое, по n имеющимся у него одинаковым рюкзакам. В каждый рюкзак можно положить любое число пакетов, суммарная масса которых не превосходит m килограммов.

а) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 3, 6, 9, 12, 15, 18 и 21 кг, если $n = 3$ и $m = 29$?

б) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 2, 5, 8, 11, 14, 17 и 20 кг, если $n = 3$ и $m = 26$?

в) Какое наименьшее значение может принимать m, чтобы Ваня при $n = 4$ смог разложить таким образом девять пакетов, которые весят 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 и 19 кг?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
15 марта 2022 года
Вариант МА2110410
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО____ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

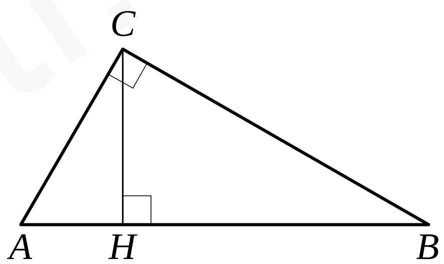
1 Найдите корень уравнения $\sqrt{73-x}=x-1$.

Ответ: ______________________________.

2 В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 15 из них встречается вопрос по теме «Реки и озёра». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Реки и озёра».

Ответ: ______________________________.

3 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, CH — высота, $AH=5{,}4$, $\cos A=\frac{3}{5}$. Найдите AB.

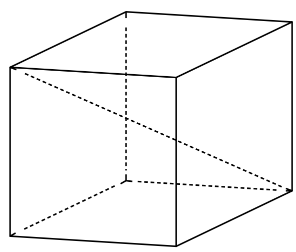


Ответ: ______________________________.

4 Найдите $-4\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=0{,}8$.

Ответ: ______________________________.

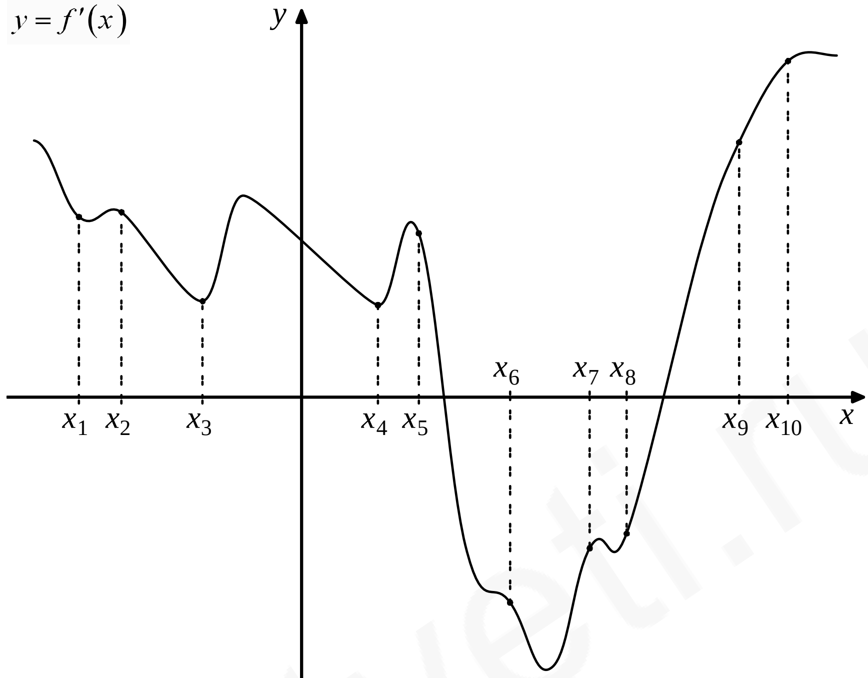
5 Объём куба равен $192\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.



Ответ: ______________________________.

6

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: ___________________________.

7

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа равна 148 мг. Период его полураспада составляет 4 минуты. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 37 мг.

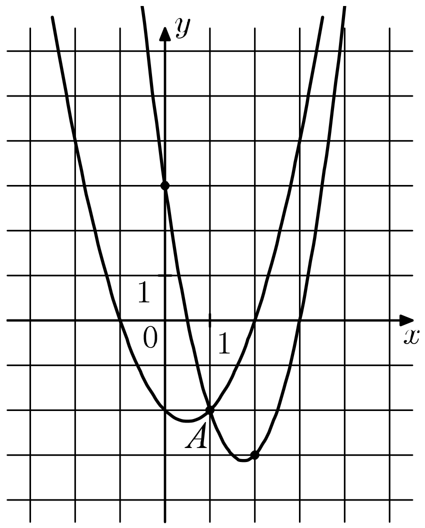
Ответ: ___________________________.

8

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 560 км тратит времени на 4 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ___________________________.

9 На рисунке изображены графики функций $f(x)=x^2-x-2$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Ответ: ____________________________.

10 Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 1 и 2 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 1 и 2 очка. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

Ответ: ____________________________.

11 Найдите точку максимума функции $y=x^5-5x^3-270x$.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\dfrac{5\cos 2x+9\sin x-7}{25\cos^2 x-21}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\,-\dfrac{7}{2}\pi\right]$.

13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD.

а) Докажите, что $\angle AHC=90^\circ$.

б) Найдите объём пирамиды, если $HA=2\sqrt{2}$ и $HC=8$.

14 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}\left(35-2x^2+3x\right)\geq 3\log_{\frac{1}{8}}\left(33-x^2+2x\right)$.

15 В июле планируется взять в банке некоторую сумму в кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года нужно внести платёж, равный 2,592 млн рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что долг был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

16 Из вершины тупого угла C треугольника ABC проведена высота CH. Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH — эту окружность в точке D.

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC.

б) Найдите отношение MN к AB, если известно, что $CM:MA=1:11$ и $CN:NB=3:1$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$3\cos^2 x+\left(4a+\frac{1}{a+1}\right)\left|\sin x\right|=a^2-4a+3$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

18 У Вани есть несколько пакетов с вещами, каждый из которых весит целое число килограммов. Он хочет разложить все эти пакеты, не перекладывая их содержимое, по n имеющимся у него одинаковым рюкзакам. В каждый рюкзак можно положить любое число пакетов, суммарная масса которых не превосходит m килограммов.

а) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 3, 9, 12, 15, 18, 21 и 24 кг, если $n=3$ и $m=35$?

б) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 2, 8, 11, 14, 17, 20 и 23 кг, если $n=3$ и $m=32$?

в) Какое наименьшее значение может принимать m, чтобы Ваня при $n=4$ смог разложить таким образом девять пакетов, которые весят 3, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 и 21 кг?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
15 марта 2022 года
Вариант МА2110411
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_______________________________________ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

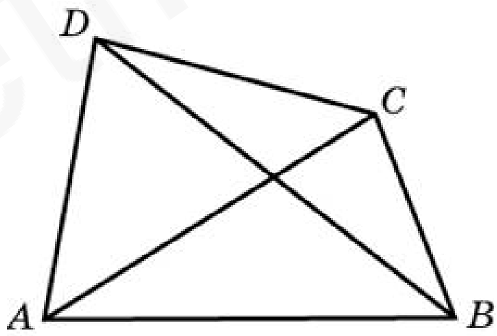
1 Найдите корень уравнения $\log_2(-6-x)=5$.

Ответ: ____________________________.

2 В сборнике билетов по философии всего 50 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Пифагор». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Пифагор».

Ответ: ____________________________.

3 Диагонали четырёхугольника равны 34 и 38. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.

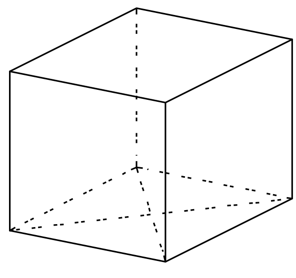


Ответ: ____________________________.

4 Найдите значение выражения $\left(\left(5x^6\right)^2-\left(3x^4\right)^3\right):\left(2x^{12}\right)$ при $x=\sqrt{31}-2$.

Ответ: ____________________________.

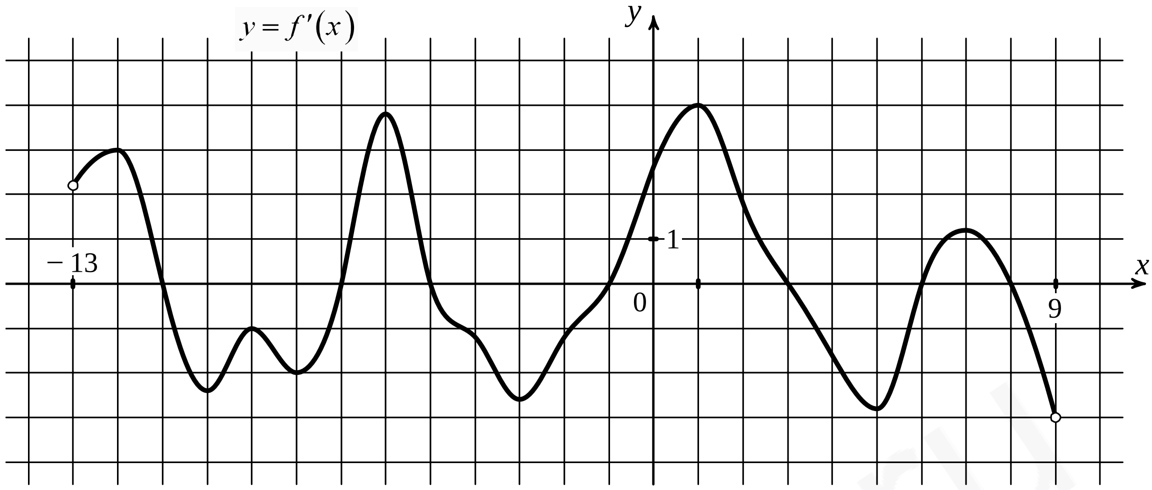
5 Основанием прямой призмы является ромб с диагоналями, равными 10 и 24. Найдите боковое ребро призмы, если площадь её поверхности равна 422.



Ответ: ____________________________.

6

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-12; 5]$.



Ответ: ___________________________.

7

Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 45°/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 6°/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет $1350°$. Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ дайте в минутах.

Ответ: ___________________________.

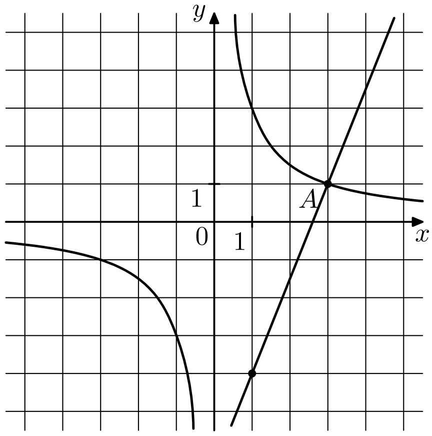
8

Курага получается в процессе сушки абрикосов. Сколько килограммов абрикосов потребуется для получения 21 килограмма кураги, если абрикосы содержат 86 % воды, а курага содержит 18 % воды?

Ответ: ___________________________.

9

На рисунке изображены графики функций $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ____________________________.

10

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 5 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 4 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Ответ: ____________________________.

11

Найдите наименьшее значение функции $y=\sqrt{x^2-8x+65}$.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\dfrac{4\cos 2x + 10\sin x - 7}{16\cos^2 x - 7} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7}{2}\pi; -2\pi\right]$.

13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD.

а) Докажите, что $\angle AHC = 90°$.

б) Найдите объём пирамиды, если $HA = \sqrt{7}$ и $HC = 5$.

14 Решите неравенство $4\log_{\frac{1}{16}}\left(2x^2 + 3x - 9\right) \le \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 + 4x + 3\right)$.

15 В июле планируется взять в банке некоторую сумму в кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года нужно внести платёж, равный 2,5 млн рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что долг был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

16 Из вершины тупого угла C треугольника ABC проведена высота CH. Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH — эту окружность в точке D.

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC.

б) Найдите отношение MN к AB, если известно, что $CM : MA = 5 : 27$ и $CN : NB = 5 : 3$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$4\cos^2 x + \left(7a + \frac{1}{a+1}\right)|\sin x| = a^2 - 5a + 4$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

18 У Вани есть несколько пакетов с вещами, каждый из которых весит целое число килограммов. Он хочет разложить все эти пакеты, не перекладывая их содержимое, по n имеющимся у него одинаковым рюкзакам. В каждый рюкзак можно положить любое число пакетов, суммарная масса которых не превосходит m килограммов.

а) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 3, 3, 9, 15, 18, 21 и 24 кг, если $n = 3$ и $m = 32$?

б) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 6, 12, 14, 15, 19, 22 и 25 кг, если $n = 3$ и $m = 38$?

в) Какое наименьшее значение может принимать m, чтобы Ваня при $n = 4$ смог разложить таким образом девять пакетов, которые весят 3, 5, 7, 7, 13, 15, 17, 19 и 21 кг?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
15 марта 2022 года
Вариант МА2110412
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_______________________________________ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

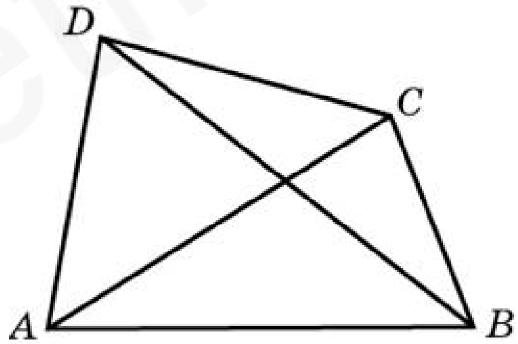
1 Найдите корень уравнения $\log_2(-5x-6)=6$.

Ответ: ____________________________.

2 В сборнике билетов по математике всего 60 билетов, в 12 из них встречается вопрос по теме «Неравенства». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Неравенства».

Ответ: ____________________________.

3 Диагонали четырёхугольника равны 28 и 36. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.

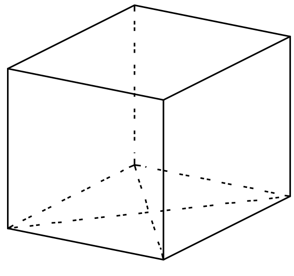


Ответ: ____________________________.

4 Найдите значение выражения $\left(\left(7x^9\right)^2-\left(4x^6\right)^3\right):\left(3x^{18}\right)$ при $x=\sqrt{29}-3$.

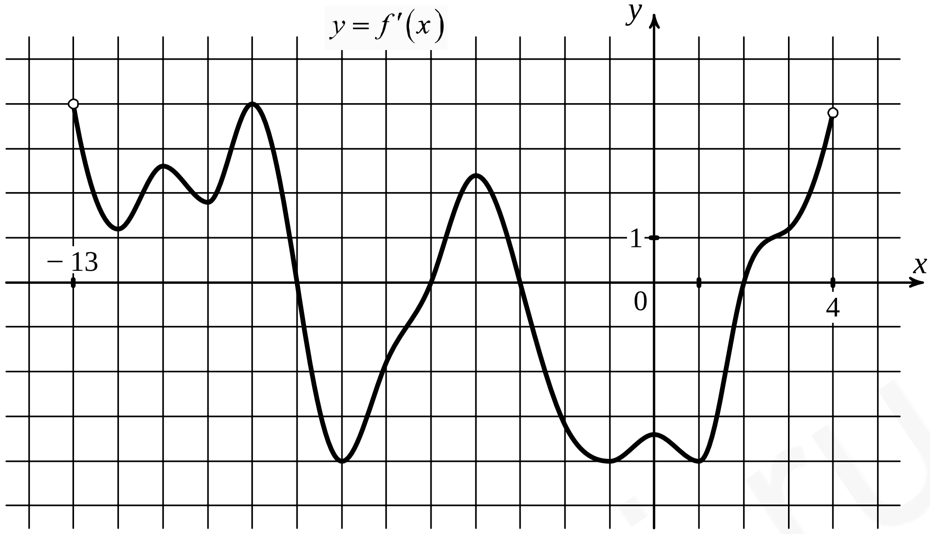
Ответ: ____________________________.

5 Основанием прямой призмы является ромб с диагоналями, равными 16 и 30. Найдите боковое ребро призмы, если площадь её поверхности равна 582.



Ответ: ____________________________.

6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 4)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 1]$.



Ответ: ___________________________.

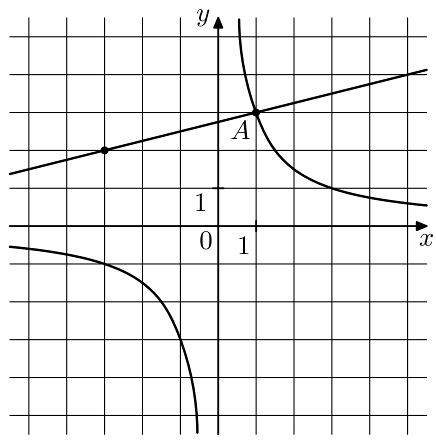
7 Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 50°/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4°/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет $2500°$. Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ дайте в минутах.

Ответ: ___________________________.

8 Курага получается в процессе сушки абрикосов. Сколько килограммов абрикосов потребуется для получения 9 килограммов кураги, если абрикосы содержат 82 % воды, а курага содержит 16 % воды?

Ответ: ___________________________.

9 На рисунке изображены графики функций $f(x)=\dfrac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ___________________________.

10 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 6 очков, в случае ничьей — 2 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: ___________________________.

11 Найдите наименьшее значение функции $y=\sqrt{x^2-10x+61}$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\dfrac{3\cos 2x+5\sin x-4}{9\cos^2 x-8}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{11}{2}\pi; -4\pi\right]$.

13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD.

а) Докажите, что $\angle AHC=90^\circ$.

б) Найдите объём пирамиды, если $HA=\sqrt{14}$ и $HC=6$.

14 Решите неравенство $3\log_{\frac{1}{27}}\left(2x^2+x-6\right)\le\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2+3x+2\right)$.

15 В июле планируется взять в банке некоторую сумму в кредит на два года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года нужно внести платёж, равный 1,875 млн рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что долг он был полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

16 Из вершины тупого угла C треугольника ABC проведена высота CH. Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH — эту окружность в точке D.

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC.

б) Найдите отношение MN к AB, если известно, что $CM:MA=5:23$ и $CN:NB=5:2$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$3\cos^2 x + \left(2a + \frac{1}{a+1}\right)|\sin x| = a^2 - 7a + 3$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

18 У Вани есть несколько пакетов с вещами, каждый из которых весит целое число килограммов. Он хочет разложить все эти пакеты, не перекладывая их содержимое, по n имеющимся у него одинаковым рюкзакам. В каждый рюкзак можно положить любое число пакетов, суммарная масса которых не превосходит m килограммов.

а) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 3, 6, 9, 12, 15, 18 и 21 кг, если $n = 3$ и $m = 29$?

б) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 6, 12, 14, 15, 19, 22 и 25 кг, если $n = 3$ и $m = 38$?

в) Какое наименьшее значение может принимать m, чтобы Ваня при $n = 4$ смог разложить таким образом девять пакетов, которые весят 3, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 и 21 кг?