

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 апреля 2022 года

Вариант МА2110509

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите корень уравнения $\log_3(12 - x) = 3\log_3 4$.

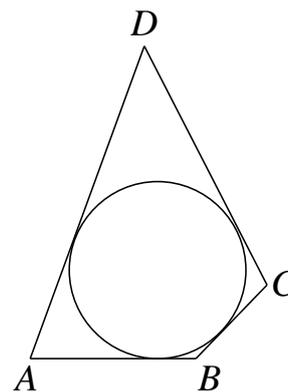
Ответ: _____.

2 В среднем из 75 морозильников, поступивших в продажу, 6 имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля морозильник **не имеет** дефекта.

Ответ: _____.

3 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 56, вписана окружность, $AB = 12$. Найдите длину стороны CD .

Ответ: _____.

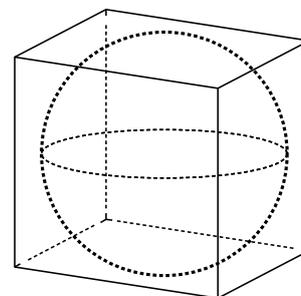


4 Найдите значение выражения $\log_{2,5} 3 \cdot \log_3 0,064$.

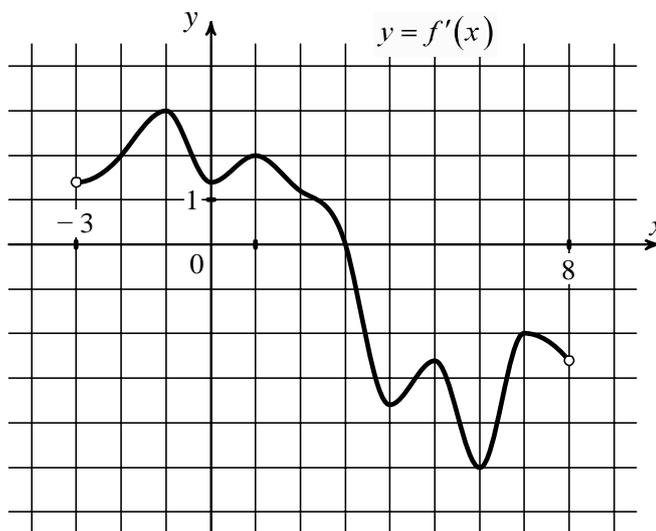
Ответ: _____.

5 Шар, объём которого равен 29π , вписан в куб. Найдите объём куба.

Ответ: _____.



- 6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

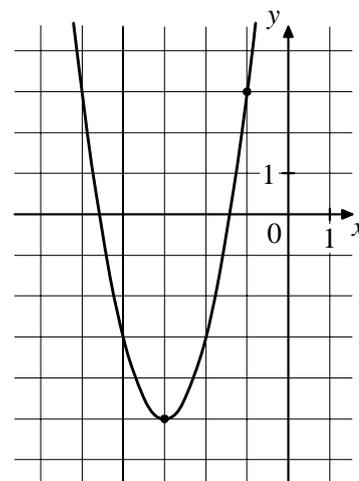
- 7 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1300$ К, $a = -14$ К/мин², $b = 154$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

- 8 Из городов А и В одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 4 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 1 час 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + 12x + c$. Найдите значение $f(-6)$.



Ответ: _____.

- 10 По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А вовремя, равна 0,84. Вероятность того, что товар доставят вовремя из магазина Б, равна 0,9. Пётр Петрович заказал товары одновременно в двух магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар вовремя.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку максимума функции $y = (x + 3)^2 e^{15-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение $4\sin x - 5\cos x = 5 - 2\sin 2x$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.
- 13** Радиус основания конуса равен 8, высота равна 4. Сечение конуса плоскостью α , проходящей через его вершину, отсекает от окружности основания дугу в 60° .
а) Докажите, что величина угла между плоскостью α и плоскостью основания конуса равна 30° .
б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.
- 14** Решите неравенство $(36^x - 5 \cdot 6^x)^2 + 10 \cdot 6^x < 2 \cdot 36^x + 24$.
- 15** 15 августа планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца (r — целое число);
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 51% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .
- 16** Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причём $AD = 2BC$.
а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.
б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $AB = 13$ и $BC = 10$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \left((x-3)^2 + (y-3)^2 \right) \left((x-2)^2 + (y-8)^2 \right) \leq 0, \\ (2x-a)^2 + (y-a)^2 \leq a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

18 Для членов последовательности целых чисел a_1, a_2, \dots, a_6 для всех натуральных $k \leq 4$ выполняется неравенство $a_{k+2} < 3a_{k+1} - 2a_k$.

а) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = 0$ и $a_6 = 30$?

б) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = a_3 = a_6$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_2 , если $a_1 = 0$ и $a_6 = 1100$?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 апреля 2022 года

Вариант МА2110510

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите корень уравнения $\log_2(24 - 3x) = 4\log_2 3$.

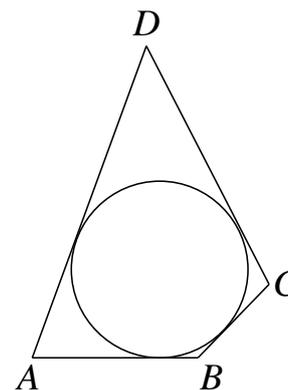
Ответ: _____.

2 В среднем из 80 морозильников, поступивших в продажу, 4 имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля морозильник **не имеет** дефекта.

Ответ: _____.

3 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 48, вписана окружность, $AB = 14$. Найдите длину стороны CD .

Ответ: _____.

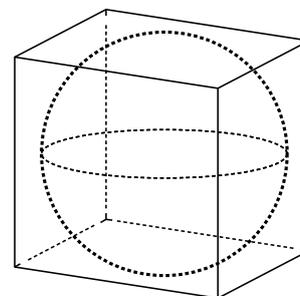


4 Найдите значение выражения $\log_{0,64} 7 \cdot \log_7 1,25$.

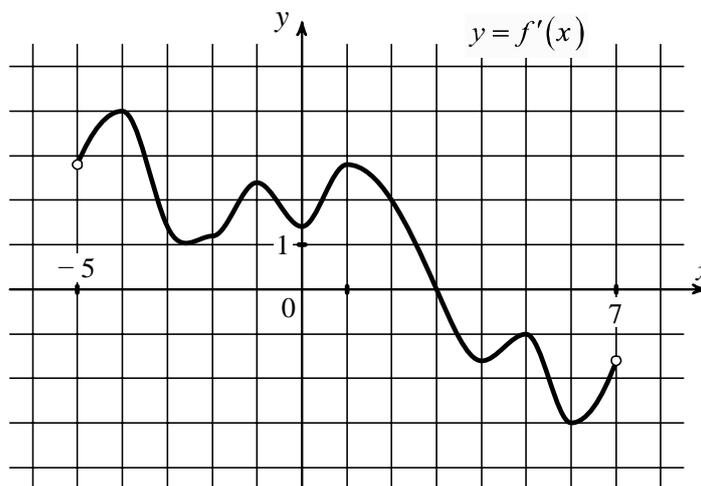
Ответ: _____.

5 Шар, объём которого равен 23π , вписан в куб. Найдите объём куба.

Ответ: _____.



- 6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. В какой точке отрезка $[-4; 0]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

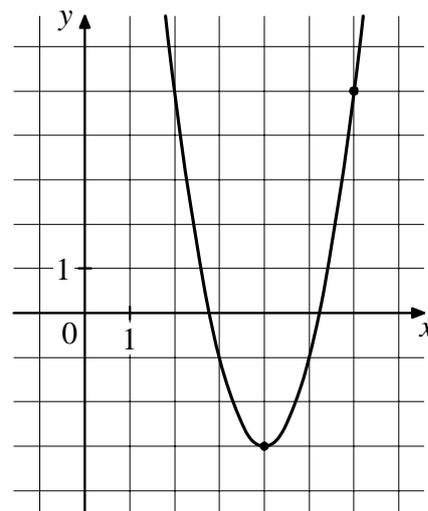
- 7 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1360$ К, $a = -20$ К/мин², $b = 240$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1900 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

- 8 Из городов А и В одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 1 час 20 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 - 16x + c$. Найдите значение $f(1)$.



Ответ: _____.

- 10 По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А вовремя, равна 0,85. Вероятность того, что товар доставят вовремя из магазина Б, равна 0,86. Пётр Петрович заказал товары одновременно в двух магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар вовремя.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку максимума функции $y = (x + 7)^2 e^{14-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение $8\cos x - 6\sin x = 8 - 3\sin 2x$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.
- 13** Радиус основания конуса равен 4, высота равна 6. Сечение конуса плоскостью α , проходящей через его вершину, отсекает от окружности основания дугу в 60° .
а) Докажите, что величина угла между плоскостью α и плоскостью основания конуса равна 60° .
б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.
- 14** Решите неравенство $(49^x - 6 \cdot 7^x)^2 + 12 \cdot 7^x < 2 \cdot 49^x + 35$.
- 15** 15 августа планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца (r — целое число);
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 38 % больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .
- 16** Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причём $AD = 2BC$.
а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.
б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $AB = 17$ и $BC = 16$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \left((x-2)^2 + (y-2)^2 \right) \left((x-12)^2 + (y-3)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a)^2 + (2y-a)^2 \leq a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

18 Для членов последовательности целых чисел a_1, a_2, \dots, a_6 для всех натуральных $k \leq 4$ выполняется неравенство $a_{k+2} < 3a_{k+1} - 2a_k$.

а) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = 0$ и $a_6 = 20$?

б) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = a_3 = a_6$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_2 , если $a_1 = 0$ и $a_6 = 1200$?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 апреля 2022 года

Вариант МА2110511

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

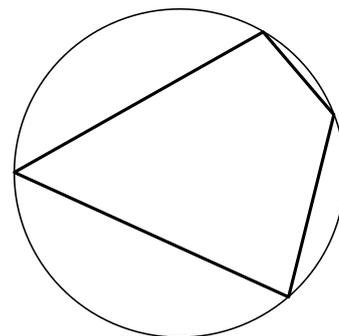
1 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{49}\right)^{x-3} = 343$.

Ответ: _____.

2 Вероятность того, что новому ноутбуку в течение года потребуется ремонт, равна 0,051. Из 1000 проданных ноутбуков в течение года ремонт потребовался 45 ноутбукам. На сколько отличается частота события «в течение года потребуется ремонт» от вероятности этого события?

Ответ: _____.

3 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 101° и 99° . Найдите величину большего из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

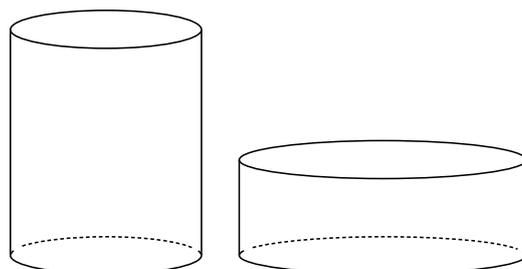


Ответ: _____.

4 Найдите $\sin \alpha$, если $\cos 2\alpha = 0,98$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

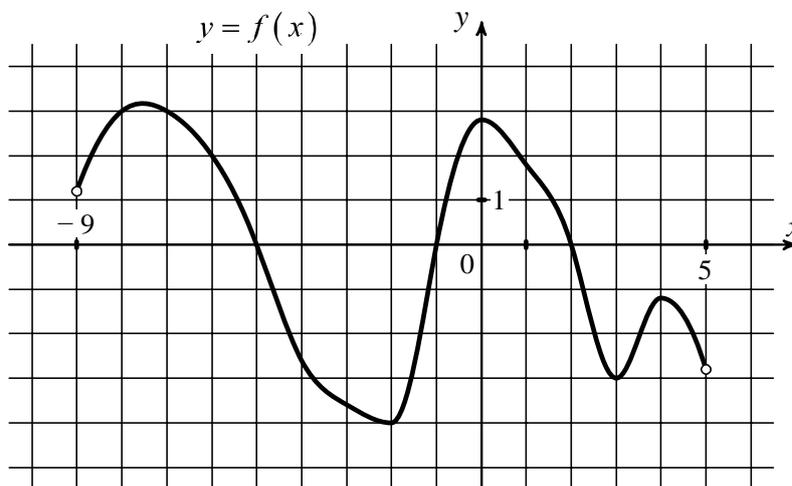
Ответ: _____.

5 Один цилиндрический сосуд вчетверо выше второго, зато второй втрое шире первого. Во сколько раз объём второго сосуда больше объёма первого?



Ответ: _____.

- 6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

- 7 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 110$ Гц и определяется следующим выражением:

$$f = f_0 \frac{c+u}{c-v} \text{ (Гц)}, \text{ где } c \text{ — скорость распространения сигнала в среде (в м/с),}$$

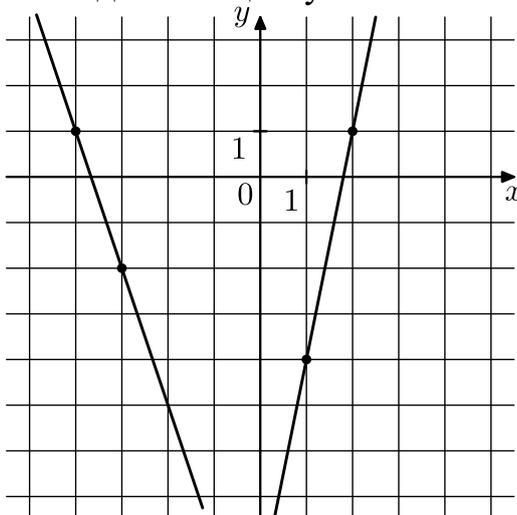
а $u = 10$ м/с и $v = 6$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 120 Гц?

Ответ: _____.

- 8 Имеется два сплава. Первый содержит 10 % никеля, второй — 35 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 175 кг, содержащий 25 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Ответ: _____.

- 10 Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние три промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку минимума функции $y = 1,5x^2 - 21x + 36 \ln x + 8$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $5 \sin x - 2 \cos x = 5 - \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13 Радиус основания конуса равен 12, высота равна $2\sqrt{6}$. Сечение конуса плоскостью α , проходящей через его вершину, отсекает от окружности основания дугу в 90° .

а) Докажите, что величина угла между плоскостью α и плоскостью основания конуса равна 30° .

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

14 Решите неравенство $(16^x - 7 \cdot 4^x)^2 + 14 \cdot 4^x < 2 \cdot 16^x + 48$.

15 15 августа планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца (r — целое число);

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 56 % больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

16 Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причём $AD = 2BC$.

а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.

б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $AB = 15$ и $BC = 18$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \left((x-6)^2 + (y-4)^2 \right) \left((x-4)^2 + (y-16)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

18 Для членов последовательности целых чисел a_1, a_2, \dots, a_6 для всех натуральных $k \leq 4$ выполняется неравенство $a_{k+2} < 3a_{k+1} - 2a_k$.

а) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = 0$ и $a_6 = 25$?

б) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = a_4 = a_6$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_2 , если $a_1 = 0$ и $a_6 = 900$?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 апреля 2022 года

Вариант МА2110512

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

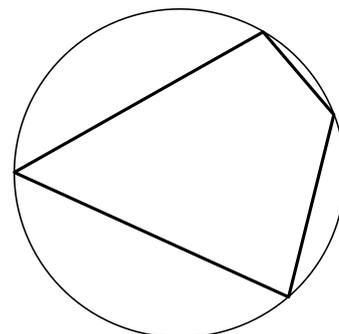
1 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{1-x} = 216$.

Ответ: _____.

2 Вероятность того, что новому ноутбуку в течение года потребуется ремонт, равна 0,038. Из 1000 проданных ноутбуков в течение года ремонт потребовался 42 ноутбукам. На сколько отличается частота события «в течение года потребуется ремонт» от вероятности этого события?

Ответ: _____.

3 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 82° и 78° . Найдите величину большего из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

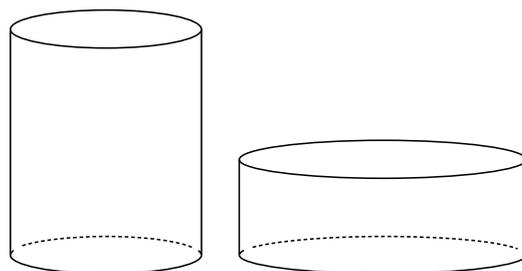


Ответ: _____.

4 Найдите $\sin \alpha$, если $\cos 2\alpha = 0,82$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

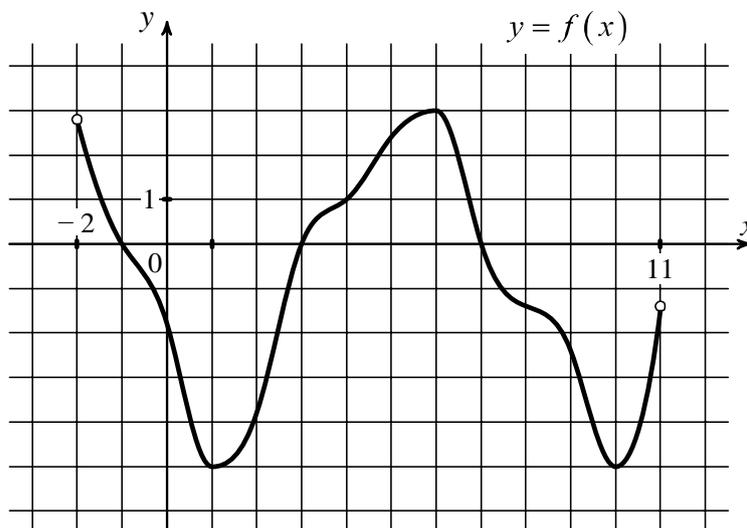
Ответ: _____.

5 Один цилиндрический сосуд в пять раз выше второго, зато второй в четыре раза шире первого. Во сколько раз объём второго сосуда больше объёма первого?



Ответ: _____.

- 6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

- 7 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 150$ Гц и определяется следующим выражением:

$$f = f_0 \frac{c + u}{c - v} \text{ (Гц)}, \text{ где } c \text{ — скорость распространения сигнала в среде (в м/с),}$$

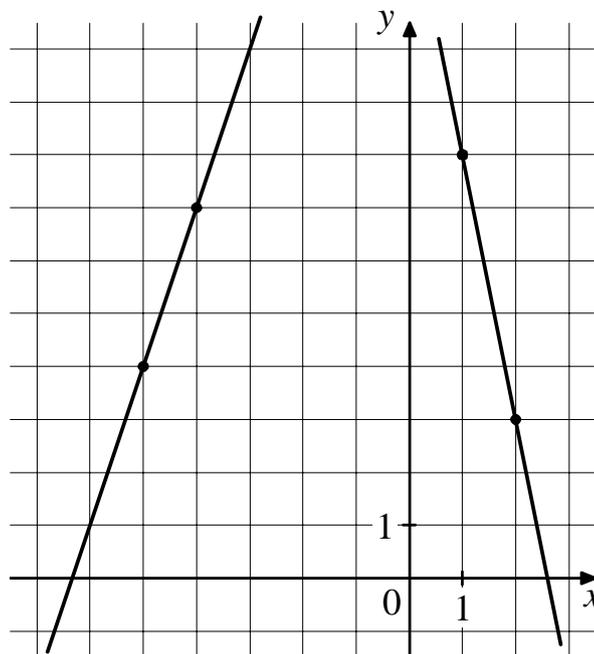
а $u = 8$ м/с и $v = 7$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 160 Гц?

Ответ: _____.

- 8 Имеется два сплава. Первый содержит 5 % никеля, второй — 35 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Ответ: _____.

- 10 Биатлонист 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку минимума функции $y = 0,5x^2 - 13x + 42 \ln x + 5$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $2 \cos x - 3 \sin x = 3 - \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

13 Радиус основания конуса равен 6, высота равна $3\sqrt{6}$. Сечение конуса плоскостью α , проходящей через его вершину, отсекает от окружности основания дугу в 90° .

а) Докажите, что величина угла между плоскостью α и плоскостью основания конуса равна 60° .

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

14 Решите неравенство $(9^x - 8 \cdot 3^x)^2 + 16 \cdot 3^x < 2 \cdot 9^x + 63$.

15 15 августа планируется взять кредит в банке на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца (r — целое число);

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 45% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

16 Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причём $AD = 2BC$.

а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.

б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $AB = 10$ и $BC = 16$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \left((x-4)^2 + (y-1)^2 \right) \left((x-4)^2 + (y-6)^2 \right) \leq 0, \\ (x-2a)^2 + (y-a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

18 Для членов последовательности целых чисел a_1, a_2, \dots, a_6 для всех натуральных $k \leq 4$ выполняется неравенство $a_{k+2} < 3a_{k+1} - 2a_k$.

а) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = 0$ и $a_6 = 15$?

б) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = a_4 = a_6$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_2 , если $a_1 = 0$ и $a_6 = 750$?