

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 сентября 2022 года

Вариант МА2210109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

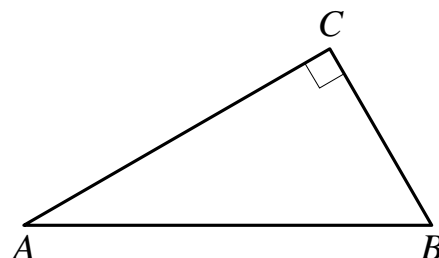
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

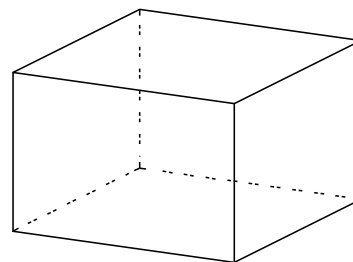
*Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  
 $AB = 4$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{19}}{10}$ . Найдите  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 7 и 4. Объём параллелепипеда равен 140. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 При производстве в среднем из 2000 насосов 4 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Игральную кость бросили два раза. Известно, что четыре очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 11».

Ответ: \_\_\_\_\_.

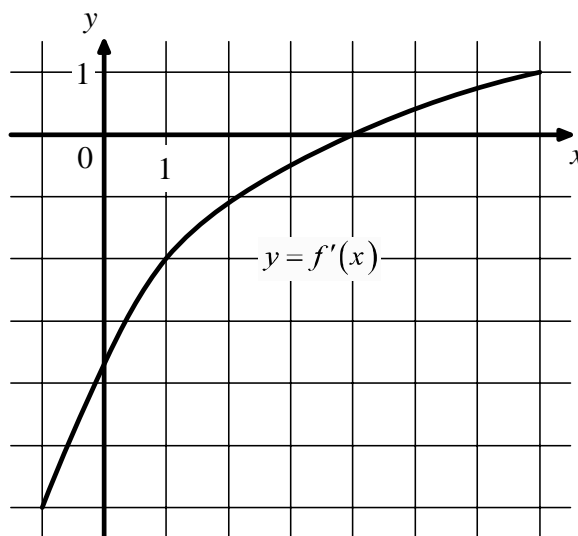
- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{7x+13}{19}} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $\frac{a^{-1}b^{-1}}{(2a)^2 b^{-3}} \cdot \frac{11}{a^{-3}b^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 6 - 2x$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$ ,

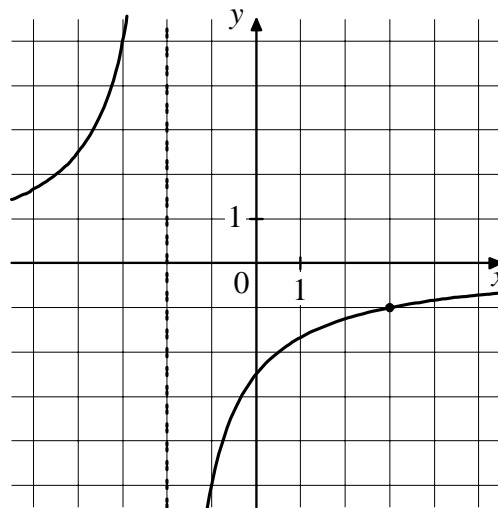
где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 15, их средняя оценка равна 0,5, а оценка экспертов равна 0,22.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Расстояние между пристанями  $A$  и  $B$  равно 60 км. Из  $A$  в  $B$  по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт  $B$ , тотчас повернула обратно и возвратилась в  $A$ . К этому времени плот проплыл 44 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x+a}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -0,125$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 6x^2 + 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**12** а) Решите уравнение  $\cos^2 x - \cos 2x = 0,75$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**13** Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 2. На ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 1,6$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1 P : P B_1 = 3 : 1$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1 B_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BB_1 C_1$ .

**14** Решите неравенство  $\frac{(3x-4)^2}{x-3} \geq \frac{16-24x+9x^2}{15-8x+x^2}$ .

**15** 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 40% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

**16** Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $CM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $BO$  параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $BOMN$ , если  $CN = 9$  и  $AM : MC = 1 : 8$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(|x + 2| + |x - a|)^2 - 4(|x + 2| + |x - a|) + 3a(4 - 3a) = 0$$

имеет ровно два решения.

**18** На сайте проводится опрос, кого из 156 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста — доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 11 посетителей сайта, и рейтинг первого футболиста стал равен 45. Увидев это, Вася отдал свой голос за другого футболиста. Чему теперь равен рейтинг первого футболиста?

б) Вася проголосовал за некоторого футболиста. Могла ли после этого сумма рейтингов всех футболистов уменьшиться на 150 или больше?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 сентября 2022 года

Вариант МА2210110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

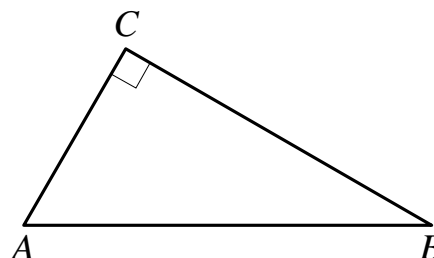
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

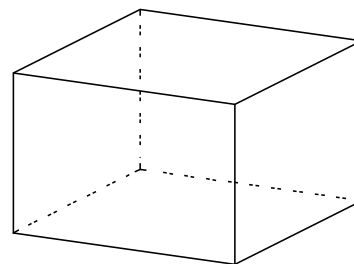
**Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  
 $AB = 25$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{51}}{10}$ . Найдите  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 12 и 5. Объем параллелепипеда равен 540. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 При производстве в среднем из 2000 насосов 10 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Игральную кость бросили два раза. Известно, что два очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 12».

Ответ: \_\_\_\_\_.

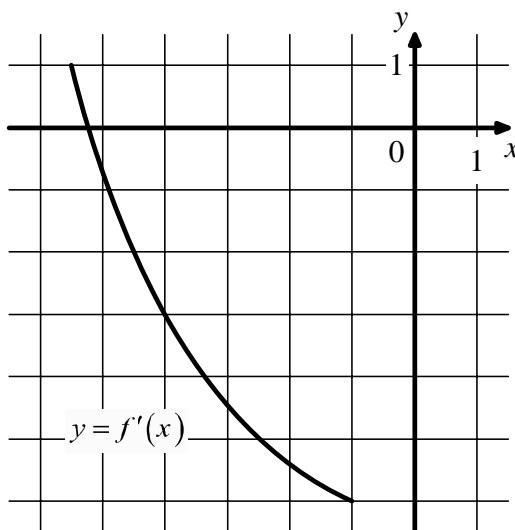
- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{5x+51}{11}} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $\frac{a^3 b^{-2}}{(2a)^2 b^{-5}} \cdot \frac{18}{ab^3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = -3x - 2$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$ ,

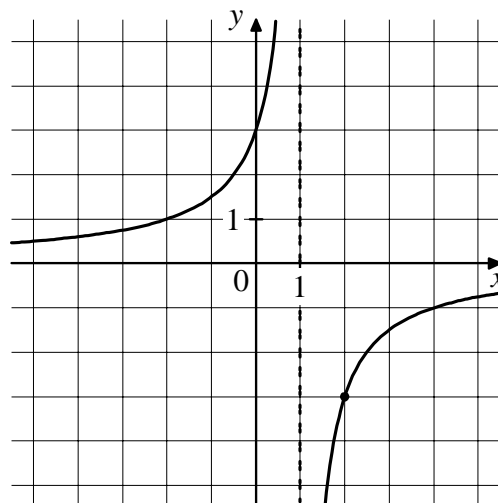
где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,36.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Расстояние между пристанями  $A$  и  $B$  равно 168 км. Из  $A$  в  $B$  по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт  $B$ , тотчас повернула обратно и возвратилась в  $A$ . К этому времени плот проплыл 32 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x+a}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 0,15$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 30x^2 + 17$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**12** а) Решите уравнение  $\cos^2 x - \cos 2x = 0,25$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**13** Ребро куба  $ABCA_1B_1C_1D_1$  равно 3. На ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 2,5$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1P : PB_1 = 4 : 1$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1B_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BB_1C_1$ .

**14** Решите неравенство  $\frac{(4x+5)^2}{x+1} \geq \frac{25+40x+16x^2}{-4-3x+x^2}$ .

**15** 15 января планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 27 % больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

**16** Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $CM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $BO$  параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $BOMN$ , если  $CN = 12$  и  $AM : MC = 4 : 5$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(|x + 5| + |x - a|)^2 - 7(|x + 5| + |x - a|) + 4a(7 - 4a) = 0$$

имеет ровно два решения.

**18** На сайте проводится опрос, кого из 146 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста — доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 13 посетителей сайта, и рейтинг первого футболиста стал равен 31. Увидев это, Вася отдал свой голос за другого футболиста. Чему теперь равен рейтинг первого футболиста?

б) Вася проголосовал за некоторого футболиста. Могла ли после этого сумма рейтингов всех футболистов уменьшиться на 140 или больше?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 сентября 2022 года

Вариант МА2210111

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

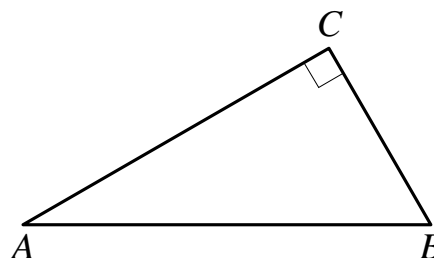
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

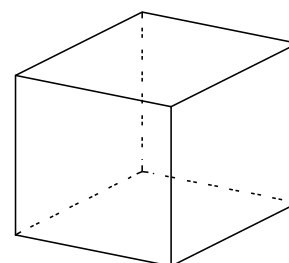
**Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 8$ ,  $\cos A = 0,75$ . Найдите  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Во сколько раз увеличится объём куба, если все его рёбра увеличить в четырнадцать раз?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 130 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытых дефектов. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Решите уравнение  $\sqrt{-40-13x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

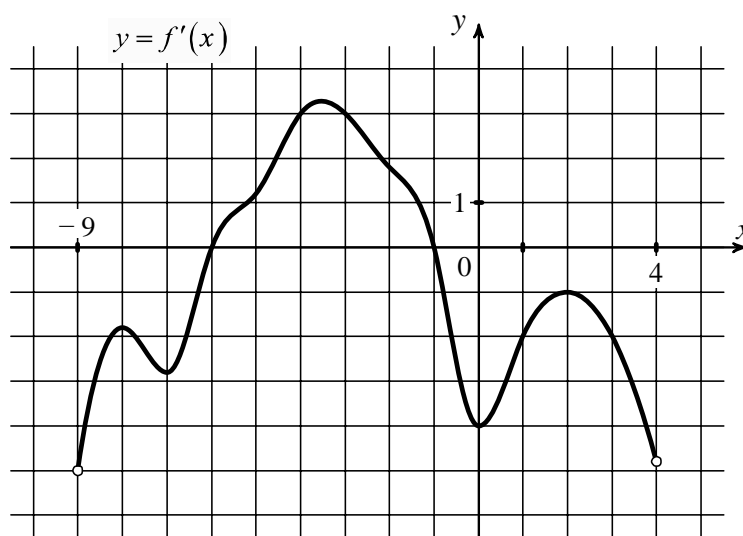
6

Найдите значение выражения  $\frac{(7a^2)^3 \cdot (2b)^2}{(14a^3b)^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 17$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности  $Tr$  публикаций, а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель — целое число от  $-2$  до  $2$ .

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr + Q}{A}$$

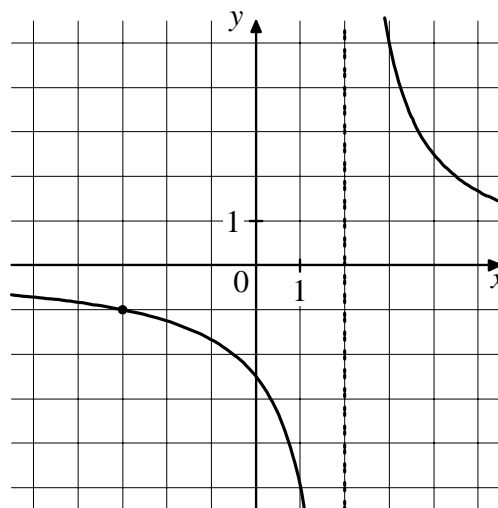
Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число  $A$ , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 65 часов. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x+a}$ . Найдите значение  $f(-23)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Найдите точку максимума функции  $y = x^3 + 27x^2 + 13$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**12** а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sin^2 x = 0,25$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

**13** Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 9. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 7$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1 P : P B_1 = 5 : 2$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1 B_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BB_1 C_1$ .

**14** Решите неравенство  $\frac{27^x - 1}{3^x - 1} + \frac{12}{9^x + 3^x + 1} \leq 8$ .

**15** 15 января планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 28% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

**16** Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $CM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $BO$  параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $BOMN$ , если  $CN = 5$  и  $AM : MC = 1 : 24$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left(|x + 4| + |x - a|\right)^2 - 5\left(|x + 4| + |x - a|\right) + 3a(5 - 3a) = 0$$

имеет ровно два решения.

**18** На сайте проводится опрос, кого из 156 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста — доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 12 посетителей сайта, и рейтинг первого футболиста стал равен 58. Увидев это, Вася отдал свой голос за другого футболиста. Чему теперь равен рейтинг первого футболиста?

б) Вася проголосовал за некоторого футболиста. Могла ли после этого сумма рейтингов всех футболистов уменьшиться на 170 или больше?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 сентября 2022 года

Вариант МА2210112

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

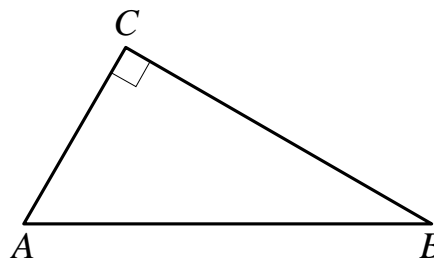
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

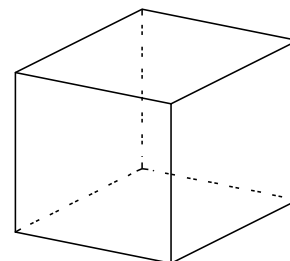
**Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 20$ ,  $\cos A = 0,4$ . Найдите  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Во сколько раз увеличится объём куба, если все его рёбра увеличить в двенадцать раз?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Фабрика выпускает сумки. В среднем 20 сумок из 200 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытых дефектов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\sqrt{-36-13x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

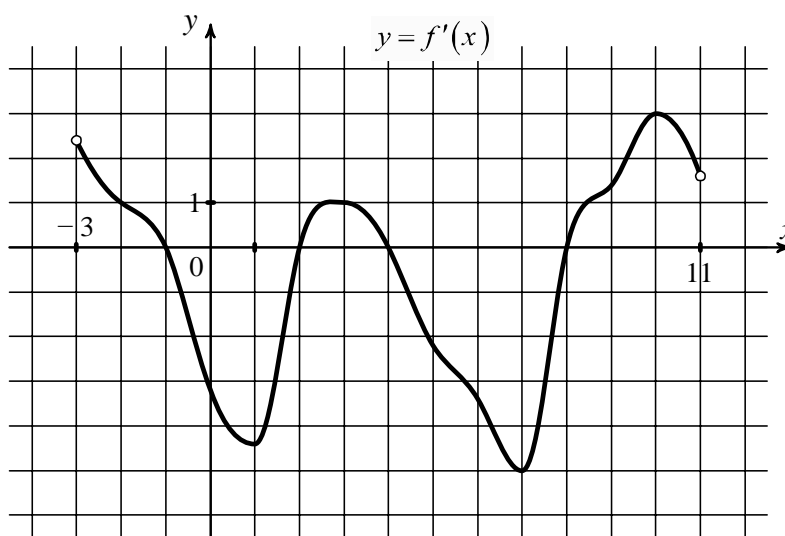
6

Найдите значение выражения  $\frac{(5a^2)^3 \cdot (7b)^2}{(35a^3b)^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -2x - 3$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности  $Tr$  публикаций, а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 5.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$$

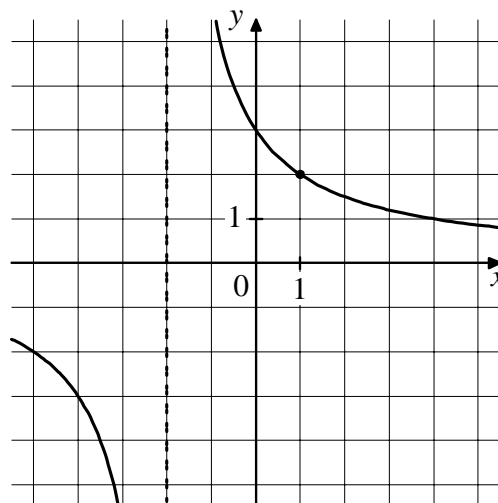
Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число  $A$ , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 18 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 38 часов. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x+a}$ . Найдите значение  $f(13)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Найдите точку максимума функции  $y = x^3 + 6x^2 + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**12** а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sin^2 x = 0,5$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ \pi; \frac{5\pi}{2} \right]$ .

**13** Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 7. На ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 5$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1 P : P B_1 = 3 : 2$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1 B_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BB_1 C_1$ .

**14** Решите неравенство  $2 \cdot \frac{8^x - 1}{2^x - 1} + \frac{15}{4^x + 2^x + 1} \leq 13$ .

**15** 15 января планируется взять кредит в банке на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 54% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

**16** Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $CM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $BO$  параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $BOMN$ , если  $CN = 8$  и  $AM : MC = 1 : 15$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left(|x+3|+|x-a|\right)^2 - 6\left(|x+3|+|x-a|\right) + 5a(6-5a) = 0$$

имеет ровно два решения.

**18** На сайте проводится опрос, кого из 164 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста — доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 14 посетителей сайта, и рейтинг первого футболиста стал равен 36. Увидев это, Вася отдал свой голос за другого футболиста. Чему теперь равен рейтинг первого футболиста?

б) Вася проголосовал за некоторого футболиста. Могла ли после этого сумма рейтингов всех футболистов уменьшиться на 160 или больше?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?