

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

8 февраля 2023 года

Вариант МА2200109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 18 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–11) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (12–18) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

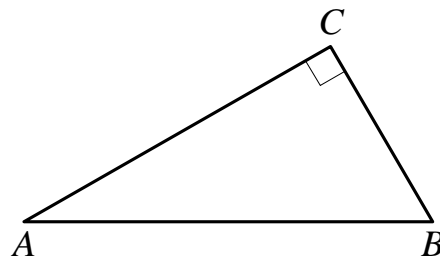
Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

***Желаем успеха!***

## Часть 1

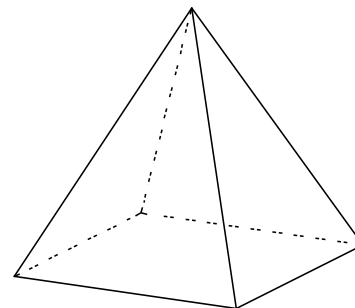
**Ответом к каждому из заданий 1–11 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 6$ ,  $\operatorname{tg} A = 0,75$ .  
Найдите длину стороны  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 12, боковые рёбра равны 10. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся У. верно решит больше 9 задач, равна 0,61. Вероятность того, что У. верно решит больше 8 задач, равна 0,73. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В викторине участвуют 10 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых шести играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет седьмой раунд?

Ответ: \_\_\_\_\_.



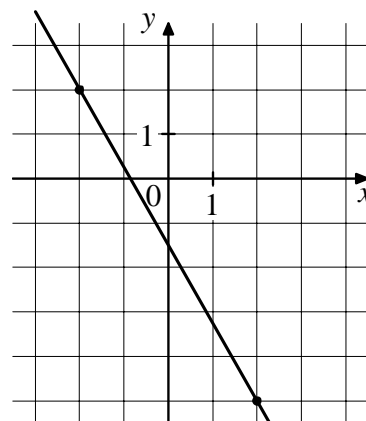
**9**

Плиточник должен уложить  $240 \text{ м}^2$  плитки. Если он будет укладывать на  $3 \text{ м}^2$  в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 4 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите значение  $f(8)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 27x + 19$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 12** а) Решите уравнение  $5\sin 2x - 5\cos x + 14\sin x - 7 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

- 13** Основание прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелограмм  $ABCD$ , диагонали которого пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $AA_1 : AB : AD = 1 : 2 : \sqrt{5}$ . На ребре  $AA_1$  отметили такую точку  $M$ , что прямые  $OM$  и  $BD_1$  перпендикулярны.  
а) Докажите, что точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ .  
б) Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $B_1 D_1$ , если  $AB = 2$ ,  $BD = 3$ .

- 14** Решите неравенство  $x^3 + 7x^2 + \frac{16x^2 + 5x - 15}{x - 3} \leq 5$ .

- 15** В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:  
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.  
Известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года). Каждый из четырёх платежей составит 2,592 млн рублей. Сколько рублей будет взято в банке?

- 16** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ  $AC$ . Также известно, что в четырёхугольник  $ABCD$  можно вписать окружность.  
а) Докажите, что отрезки  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны.  
б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник  $ABCD$ , если  $AC = 50$  и  $BD = 14$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{2}{x} - 5 \right| = ax - 1$$

имеет больше двух различных положительных корней.

**18** Для членов последовательности целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  выполняется неравенство  $a_k + a_{k+2} < 2a_{k+1}$  для всех натуральных  $k \leq 8$ .

а) Существует ли такая последовательность, в которой  $a_1 = a_{10} = 2$ ?

б) Существует ли такая последовательность, в которой  $a_1 + a_{10} = 2a_6$ ?

в) Какое наибольшее значение может принимать выражение  $a_1 - a_3 - a_8 + a_{10}$ , где  $a_1, a_3, a_8, a_{10}$  — члены такой последовательности?

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

8 февраля 2023 года

Вариант МА2200110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 18 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–11) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (12–18) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

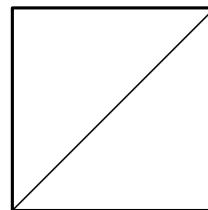
Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

***Желаем успеха!***

**Часть 1**

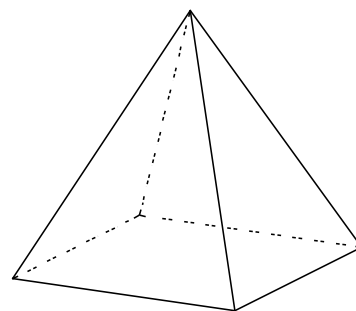
**Ответом к каждому из заданий 1–11 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 8.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Д. верно решит больше 11 задач, равна 0,64. Вероятность того, что Д. верно решит больше 10 задач, равна 0,7. Найдите вероятность того, что Д. верно решит ровно 11 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В викторине участвуют 15 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых 8 играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет девятый раунд?

Ответ: \_\_\_\_\_.



5

Найдите корень уравнения  $\frac{x-76}{x-4}=5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

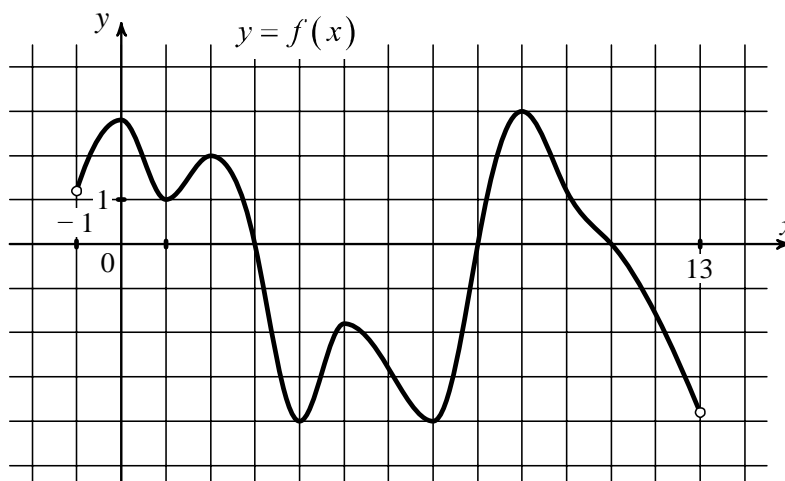
6

Найдите значение выражения  $\frac{(4\sqrt{5})^2}{4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 13)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = -10$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. рублей за единицу) задаётся формулой  $q = 75 - 5p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. рублей за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r$  составит не менее 180 тыс. рублей. Ответ дайте в тысячах рублей за единицу.

Ответ: \_\_\_\_\_.

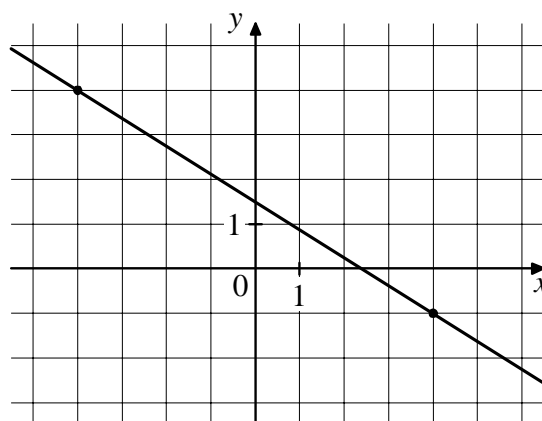
**9**

Плиточник должен уложить  $221 \text{ м}^2$  плитки. Если он будет укладывать на 4 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 4 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ .  
Найдите значение  $f(-12)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 75x + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 12** а) Решите уравнение  $4\sin 2x + 4\sin x - 14\cos x - 7 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .
- 13** Основание прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелограмм  $ABCD$ , диагонали которого пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $AA_1 : AB : AD = 2 : 3 : \sqrt{13}$ . На ребре  $AA_1$  отметили такую точку  $M$ , что прямые  $OM$  и  $BD_1$  перпендикулярны.  
а) Докажите, что точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ .  
б) Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $B_1 D_1$ , если  $AB = 3$ ,  $BD = 5$ .
- 14** Решите неравенство  $x^3 + 4x^2 + \frac{14x^2 + 3x - 15}{x - 5} \leq 3$ .
- 15** В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:  
— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.  
Известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года). Каждый из четырёх платежей составит 2,9282 млн рублей. Сколько рублей будет взято в банке?
- 16** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ  $AC$ . Также известно, что в четырёхугольнике  $ABCD$  можно вписать окружность.  
а) Докажите, что отрезки  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны.  
б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник  $ABCD$ , если  $AC = 34$  и  $BD = 16$ .

- 17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{4}{x} - 3 \right| = ax - 1$$

имеет больше двух различных положительных корней.

- 18** Для членов последовательности целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  выполняется неравенство  $a_k + a_{k+2} > 2a_{k+1}$  для всех натуральных  $k \leq 8$ .

- а) Существует ли такая последовательность, в которой  $a_1 = a_{10} = 1$ ?
- б) Существует ли такая последовательность, в которой  $a_1 + a_{10} = 2a_5$ ?
- в) Какое наименьшее значение может принимать выражение  $a_1 - a_4 - a_7 + a_{10}$ , где  $a_1, a_4, a_7, a_{10}$  — члены такой последовательности?