

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 марта 2023 года

Вариант МА2210409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

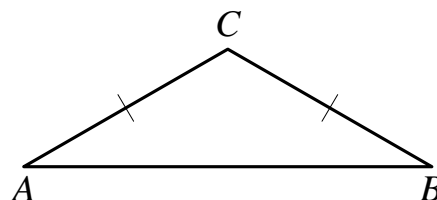
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

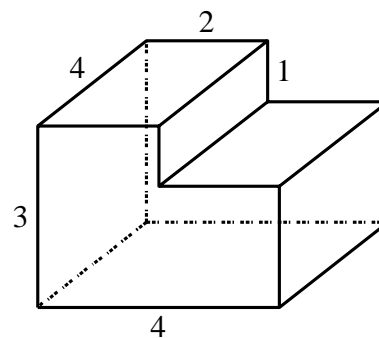
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC угол A равен 33° , стороны AC и BC равны. Найдите угол C .
Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 3** При изготовлении подшипников диаметром 69 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,967. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 68,99 мм или больше чем 69,01 мм.

Ответ: _____.

- 4** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

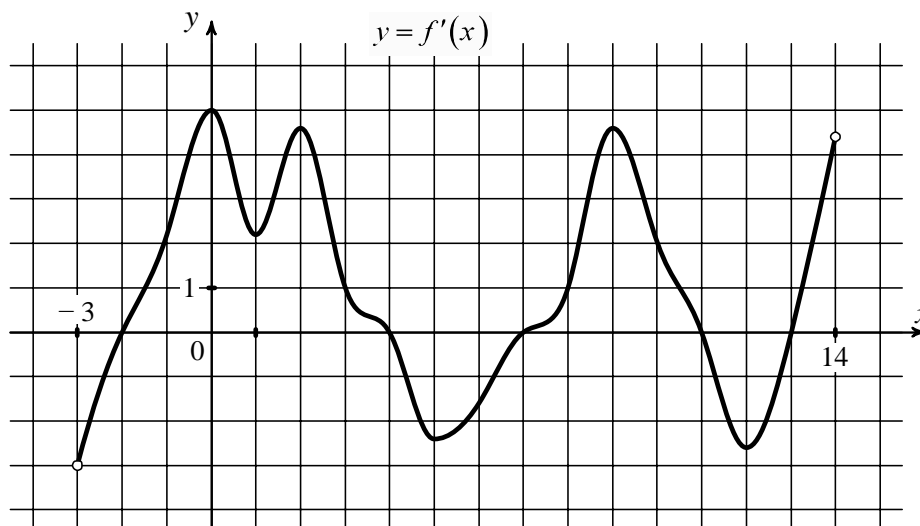
5 Найдите корень уравнения $\log_7(5-x) = 2$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[48]{10} \cdot \sqrt[16]{10}}{\sqrt[12]{10}}$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 14)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

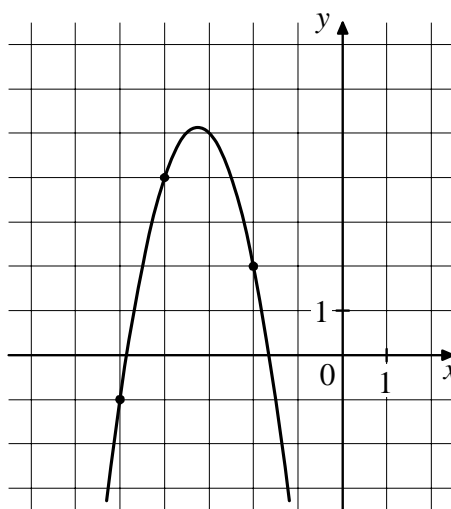
8 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,8 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,4 с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 9** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 50 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 15 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Найдите значение $f(1)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку максимума функции $y = (44 - x)e^{x+44}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\log_7(\sqrt{3} \cos x - \sin 2x + 49) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

13

На высоте SO правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ взяли точку M так, что $SM : MO = 2 : 3$. Через точку M параллельно грани ADS провели плоскость α .

а) Докажите, что расстояние от прямой BC до плоскости α относится к расстоянию между прямыми BC и AS как $4 : 5$.

б) Найдите расстояние от прямой BC до плоскости α , если все рёбра пирамиды равны 10.

14

Решите неравенство $98^x - 2 \cdot 14^x - 70^x + 2 \cdot 10^x \geq 0$.

15

В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 22 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,6S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждый платёж будет меньше 6 млн рублей.

16 Окружность с центром O вписана в треугольник ABC . Касательная к окружности пересекает стороны AC и BC в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что сумма углов AOD и BOE равна 180° .

б) Найдите DE , если $AC = BC$, радиус окружности равен 3,

$$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right) = \frac{5\sqrt{3}}{11}, \text{ а разность углов } AOD \text{ и } BOE \text{ равна } 60^\circ.$$

17 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений

функции $y = \frac{5a + 50x - 10ax}{25x^2 + 10ax + a^2 + 16}$ содержит отрезок $[0;1]$.

18 а) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 18 раз больше суммы цифр этого числа?

б) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 200 раз больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 марта 2023 года

Вариант МА2210410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

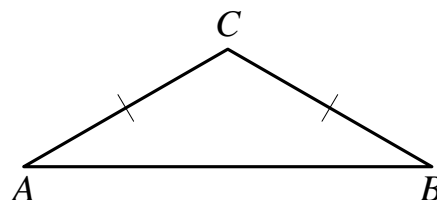
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

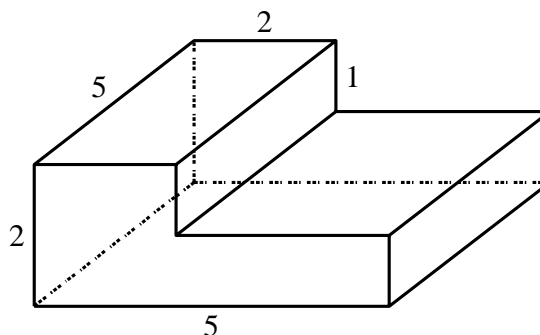
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC угол A равен 27° , стороны AC и BC равны. Найдите угол C .
Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 3** При изготовлении подшипников диаметром 75 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,961. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 74,99 мм или больше чем 75,01 мм.

Ответ: _____.

- 4** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

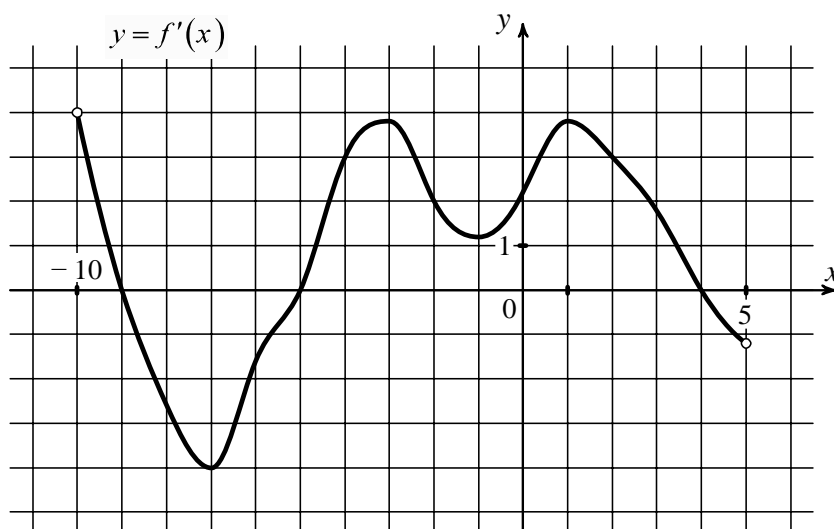
5 Найдите корень уравнения $\log_2(-3-x) = 3$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[15]{10} \cdot \sqrt[10]{10}}{\sqrt[6]{10}}$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 5)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

8 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,8 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,3 с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

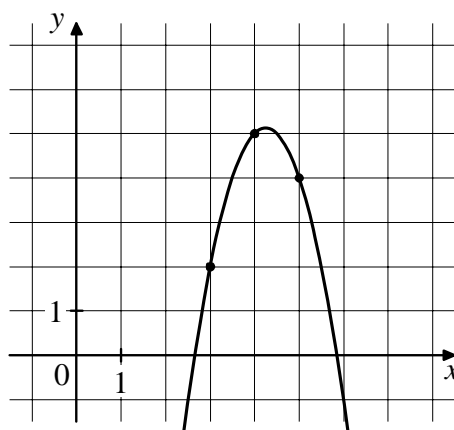
- 9** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 44 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 21 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображён график функции

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Найдите значение $f(-1)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку максимума функции $y = (35 - x)e^{x+35}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\log_2(\sqrt{2} \sin x + \sin 2x + 8) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

13

На высоте SO правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ взяли точку M так, что $SM : MO = 1 : 4$. Через точку M параллельно грани ADS провели плоскость α .

а) Докажите, что расстояние от прямой BC до плоскости α относится к расстоянию между прямыми BC и AS как $9 : 10$.

б) Найдите расстояние от прямой BC до плоскости α , если все рёбра пирамиды равны 20.

14

Решите неравенство $98^x - 3 \cdot 14^x - 56^x + 3 \cdot 8^x \geq 0$.

15

В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждый платёж будет меньше 5 млн рублей.

16 Окружность с центром O вписана в треугольник ABC . Касательная к окружности пересекает стороны AC и BC в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что сумма углов AOD и BOE равна 180° .

б) Найдите DE , если $AC = BC$, радиус окружности равен 1,

$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right) = \frac{4\sqrt{3}}{9}$, а разность углов AOD и BOE равна 60° .

17 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений

функции $y = \frac{5a + 20x - 4ax}{4x^2 + 4ax + a^2 + 22}$ содержит отрезок $[0;1]$.

18 а) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 16 раз больше суммы цифр этого числа?

б) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 марта 2023 года

Вариант МА2210411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

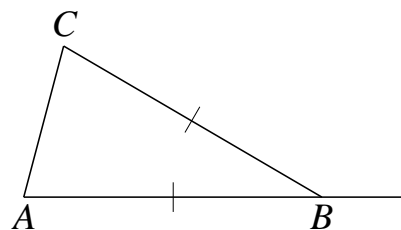
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

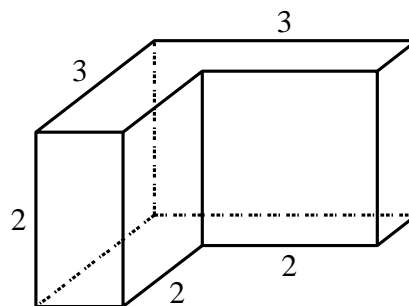
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 154° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 3** Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^\circ\text{C}$, равна $0,76$. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^\circ\text{C}$ или выше.

Ответ: _____.

- 4** В аэропорте два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна $0,35$. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна $0,14$. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

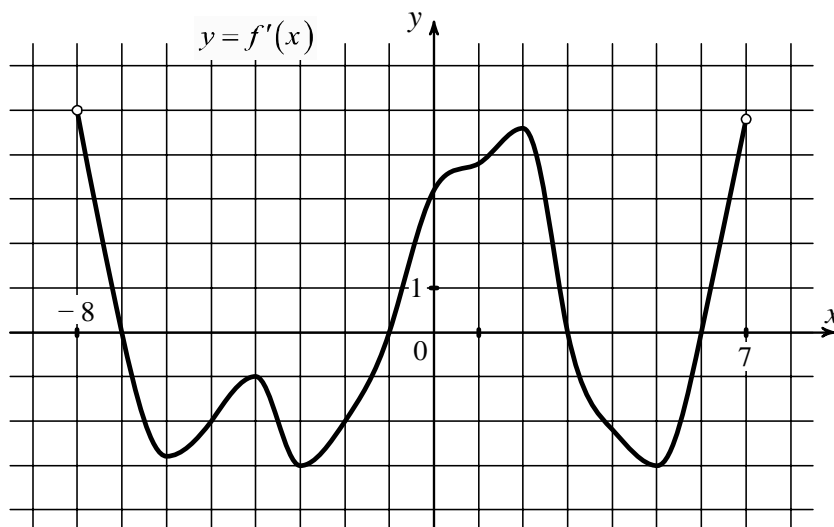
5 Найдите корень уравнения $\log_2(12 - 6x) = 3\log_2 3$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{1\frac{1}{7}} - \sqrt{2\frac{4}{7}}\right) \cdot \sqrt{\frac{2}{63}}$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 7)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

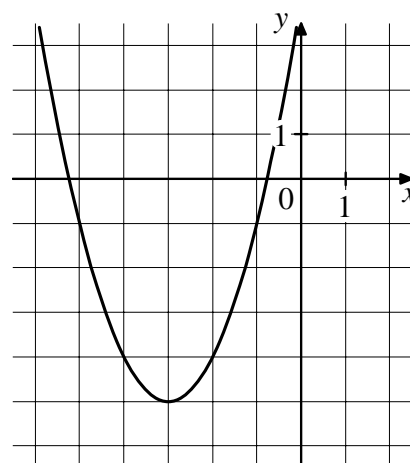
8 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 20$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

- 9** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 12 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 72 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 40 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(1)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку минимума функции $y = (32 - x)e^{32-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\log_{\frac{1}{5}}(\cos x + \sin 2x + 25) = -2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

13 На высоте SO правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ взяли точку M так, что $SM : MO = 1 : 2$. Через точку M параллельно грани ADS провели плоскость α .

а) Докажите, что расстояние от прямой BC до плоскости α относится к расстоянию между прямыми BC и AS как $5 : 6$.

б) Найдите расстояние от прямой BC до плоскости α , если все рёбра пирамиды равны 18.

14 Решите неравенство $72^x - 5 \cdot 12^x - 36^x + 5 \cdot 6^x \geq 0$.

15 В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждый платёж будет меньше 4 млн рублей.

16 Окружность с центром O вписана в треугольник ABC . Касательная к окружности пересекает стороны AC и BC в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что сумма углов AOD и BOE равна 180° .

б) Найдите DE , если $AC = BC$, радиус окружности равен 1,

$$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right) = \frac{3\sqrt{3}}{7}, \text{ а разность углов } AOD \text{ и } BOE \text{ равна } 60^\circ.$$

17 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений

функции $y = \frac{6a + 36x - 6ax}{9x^2 + 6ax + a^2 + 15}$ содержит отрезок $[0;1]$.

18 а) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа?

б) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 343 раза больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 49 раз больше суммы цифр этого числа.

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 марта 2023 года

Вариант МА2210412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

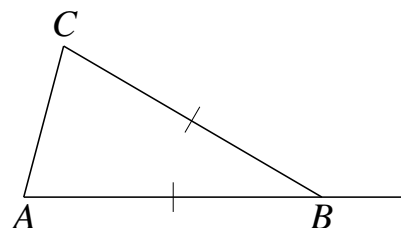
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

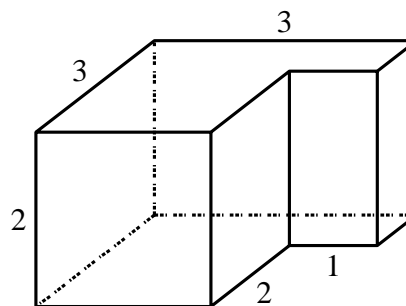
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 128° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 3** Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^\circ\text{C}$, равна $0,83$. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^\circ\text{C}$ или выше.

Ответ: _____.

- 4** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна $0,25$. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна $0,14$. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

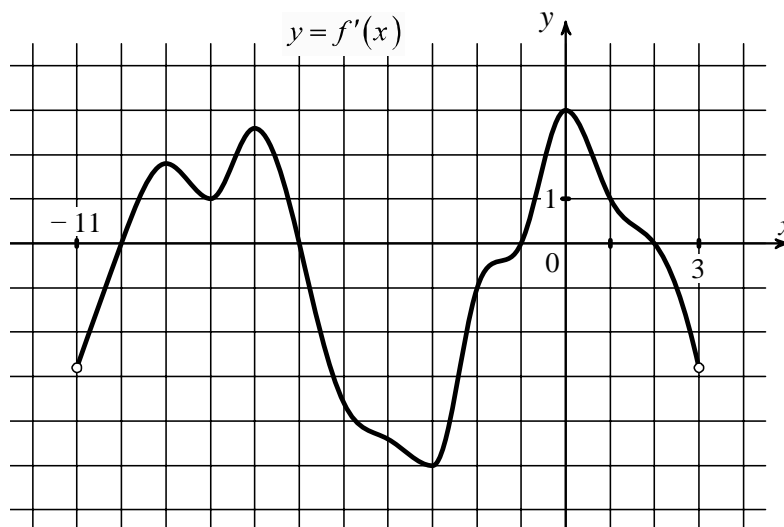
5 Найдите корень уравнения $\log_4(7-x) = 2\log_4 5$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{1\frac{1}{7}} - \sqrt{7\frac{1}{7}}\right) : \sqrt{\frac{2}{175}}$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

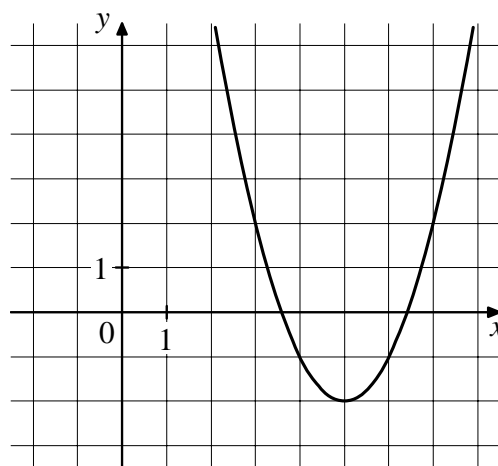
8 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3,6 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

- 9** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 7 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 72 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 30 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-1)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку минимума функции $y = (43 - x)e^{43-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\log_{\frac{1}{3}}(\sin x - \sin 2x + 3) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

13 На высоте SO правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ взяли точку M так, что $SM : MO = 2 : 5$. Через точку M параллельно грани ADS провели плоскость α .

а) Докажите, что расстояние от прямой BC до плоскости α относится к расстоянию между прямыми BC и AS как $6 : 7$.

б) Найдите расстояние от прямой BC до плоскости α , если все рёбра пирамиды равны 14.

14 Решите неравенство $80^x - 3 \cdot 20^x - 60^x + 3 \cdot 15^x \geq 0$.

15 В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждый платёж будет меньше 3,5 млн рублей.

16 Окружность с центром O вписана в треугольник ABC . Касательная к окружности пересекает стороны AC и BC в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что сумма углов AOD и BOE равна 180° .

б) Найдите DE , если $AC = BC$, радиус окружности равен 3,

$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right) = \frac{2\sqrt{3}}{5}$, а разность углов AOD и BOE равна 60° .

17 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений

функции $y = \frac{15a + 120x - 8ax}{16x^2 + 8ax + a^2 + 60}$ содержит отрезок $[0; 1]$.

18 а) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 12 раз больше суммы цифр этого числа?

б) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 294 раза больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 49 раз больше суммы цифр этого числа.