

**Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ****11 класс**

13 декабря 2023 года

Вариант МА2310209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!*****Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

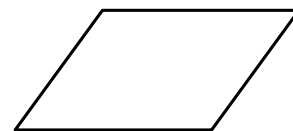
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Сумма двух углов параллелограмма равна  $46^\circ$ . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

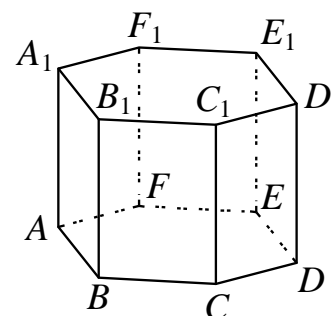


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны  $3\sqrt{5}$  и  $4\sqrt{10}$ , а угол между ними равен  $45^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $B, C, E, F, B_1, C_1, E_1, F_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 10, а боковое ребро равно 12.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30 % этих стёкол, вторая — 70 %. Первая фабрика выпускает 5 % бракованных стёкол, а вторая — 4 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло для автомобильной фары окажется бракованным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

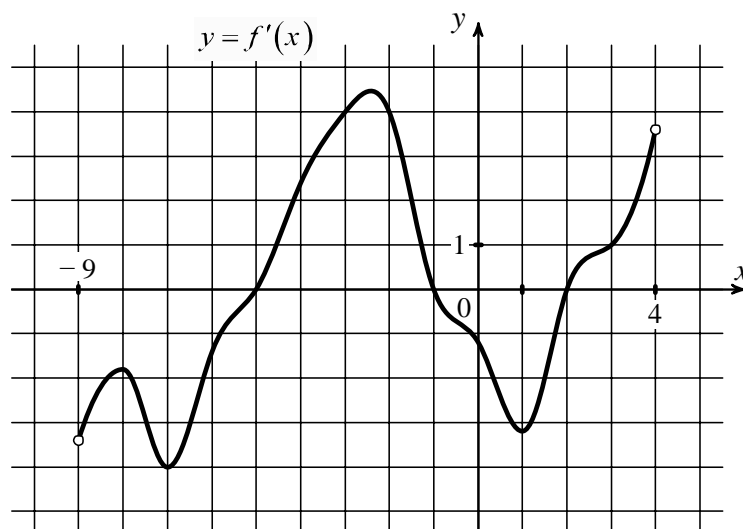
- 6 Решите уравнение  $\sqrt{7x+18} = x$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{5(m^5)^6 + 13(m^3)^{10}}{(2m^{15})^2}$  при  $m = \frac{5}{13}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 9$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

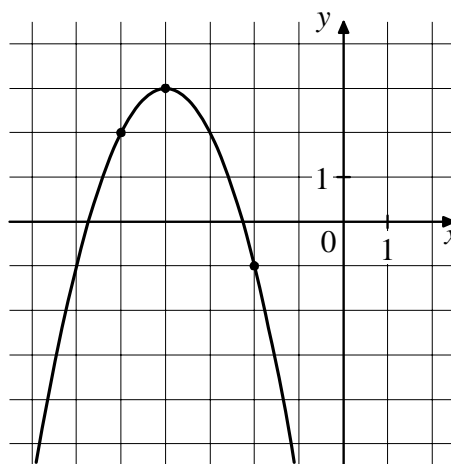
- 9** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. рублей за единицу) задаётся формулой  $q = 70 - 2p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. рублей за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 600 тыс. рублей. Ответ дайте в тысячах рублей за единицу.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 17 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите значение  $f(2)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 13\cos x - 17x + 6$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $4\sin 2x - 4\sqrt{3}\sin x + 12\cos x - 6\sqrt{3} = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .
- 14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 10, а боковое ребро  $SA$  равно 7. На рёбрах  $AB$  и  $SC$  отмечены точки  $L$  и  $N$  соответственно, причём  $AL:LB = SN:NC = 1:4$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $LN$  и параллельна прямой  $BC$ .  
а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $SA$ .  
б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $SBC$ .
- 15** Решите неравенство  $\frac{x^3 - 27}{|x - 3|} - x|x - 3| \geq 0$ .
- 16** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:  
— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;  
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;  
— к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.  
Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

**17** Диагонали равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны. Окружность с диаметром  $AD$  пересекает боковую сторону  $CD$  в точке  $M$ , а окружность с диаметром  $CD$  пересекает основание  $AD$  в точке  $N$ . Отрезки  $AM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $P$ .

- а) Докажите, что точка  $P$  лежит на диагонали  $BD$  трапеции  $ABCD$ .  
б) Найдите расстояние от точки  $P$  до боковой стороны  $AB$ , если  $BC = 17$ ,  $AD = 31$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$3a(a-2) - (a-2)(2^{x+2} + 2) \leq (x^2 - 4x)(2^{x+2} + 2) - 3ax^2 + 12ax$$

имеет решения на промежутке  $(0; 1]$ .

**19** Есть четыре коробки: в первой коробке находятся 93 камня, во второй — 94, в третьей — 95, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок, всего три камня, и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Могло ли в первой коробке оказаться 89 камней, во второй — 94, в третьей — 95, а в четвёртой — 4?  
б) Могло ли в четвёртой коробке оказаться 282 камня?  
в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?

**Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ****11 класс**

13 декабря 2023 года

Вариант МА2310210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!*****Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

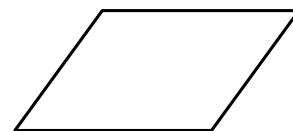
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Сумма двух углов параллелограмма равна  $82^\circ$ . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

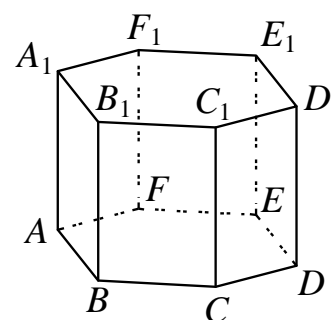


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны  $6\sqrt{6}$  и  $5\sqrt{3}$ , а угол между ними равен  $45^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $B, C, E, F, B_1, C_1, E_1, F_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 15.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 2. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 55 % этих стёкол, вторая — 45 %. Первая фабрика выпускает 4 % бракованных стёкол, а вторая — 2 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло для автомобильной фары окажется бракованным.

Ответ: \_\_\_\_\_.



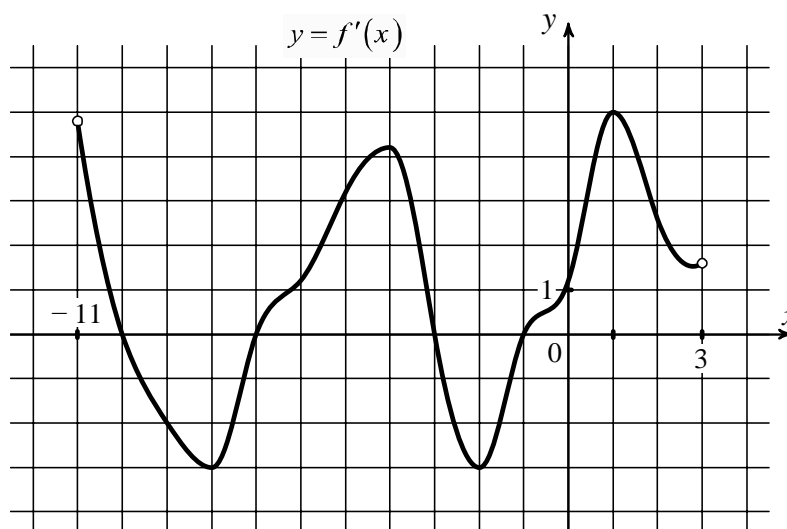
- 6 Решите уравнение  $\sqrt{2x+35} = x$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{21(m^6)^5 + 3(m^{10})^3}{(4m^{15})^2}$  при  $m = \frac{4}{21}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-11; 3)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -x - 7$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

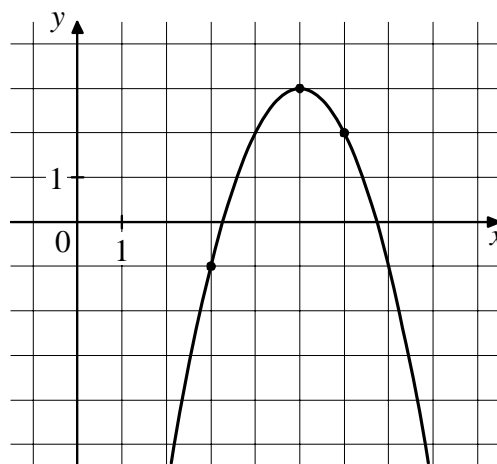
**9** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. рублей за единицу) задаётся формулой  $q = 85 - 5p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. рублей за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 300 тыс. рублей. Ответ дайте в тысячах рублей за единицу.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 780 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 60 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите значение  $f(-2)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 7 \cos x - 17x + 7$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $3\sin 2x + 3\sqrt{3}\sin x + 8\cos x + 4\sqrt{3} = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

- 14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 10, а боковое ребро  $SA$  равно 6. На рёбрах  $AB$  и  $SC$  отмечены точки  $L$  и  $N$  соответственно, причём  $AL:LB = SN:NC = 2:5$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $LN$  и параллельна прямой  $BC$ .  
а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $SA$ .  
б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $SBC$ .

- 15** Решите неравенство  $\frac{x^3 - 125}{|x - 5|} - x|x - 5| \geq 0$ .

- 16** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:  
— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 17 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;  
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;  
— к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.  
Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

**17** Диагонали равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны. Окружность с диаметром  $AD$  пересекает боковую сторону  $CD$  в точке  $M$ , а окружность с диаметром  $CD$  пересекает основание  $AD$  в точке  $N$ . Отрезки  $AM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $P$ .

а) Докажите, что точка  $P$  лежит на диагонали  $BD$  трапеции  $ABCD$ .

б) Найдите расстояние от точки  $P$  до боковой стороны  $AB$ , если  $BC = 1$ ,  $AD = 41$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$3a(a-2) - (a-2)(2^{x+2} + 2) \leq (x^2 - 4x)(2^{x+2} + 2) - 3ax^2 + 12ax$$

имеет решения на промежутке  $(1; 2]$ .

**19** Есть четыре коробки: в первой коробке находятся 109 камней, во второй — 110, в третьей — 111, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок, всего три камня, и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 105 камней, во второй — 110, в третьей — 111, а в четвёртой — 4?

б) Могло ли в первой коробке оказаться 330 камней?

в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?

**Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ****11 класс**

13 декабря 2023 года

Вариант МА2310211

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!*****Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

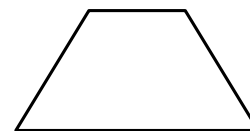
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1 Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если известно, что разность противоположных углов равна  $30^\circ$ ? Ответ дайте в градусах.

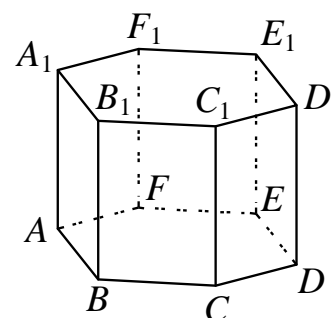


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны 8 и 15 соответственно, а угол между ними равен  $120^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $B, C, D, E, B_1, C_1, D_1, E_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 5, а боковое ребро равно 14.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разность выпавших очков равна 1 или 2.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 60% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

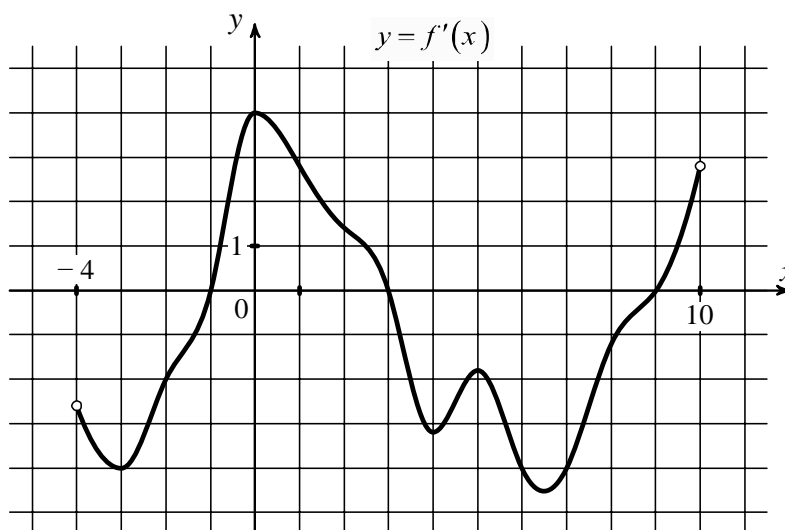
6 Решите уравнение  $\sqrt{63-2x} = -x$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\frac{(7a^2)^3 \cdot (2b)^2}{(14a^3b)^2}$  при  $a = \log_2 7$  и  $b = \log_2 14$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 10)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -x - 20$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

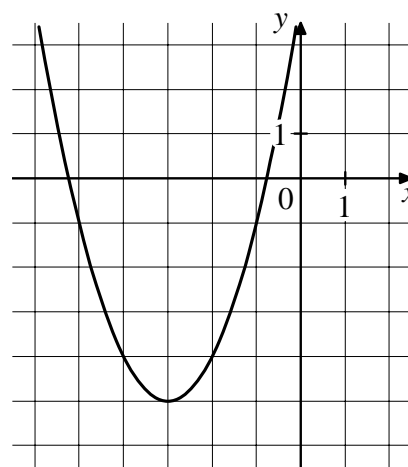
- 9** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 700$  рублей за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  рублей, постоянные расходы предприятия составляют  $f = 700\,000$  рублей в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 500 000 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 320 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  целые. Найдите значение  $f(1)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = 55x - 52 \sin x + 40$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $5 \sin 2x - 5\sqrt{2} \sin x + 16 \cos x - 8\sqrt{2} = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

- 14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 8, а боковое ребро  $SA$  равно 5. На рёбрах  $AB$  и  $SC$  отмечены точки  $L$  и  $N$  соответственно, причём  $AL:LB = SN:NC = 1:3$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $LN$  и параллельна прямой  $BC$ .  
а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $SA$ .  
б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $SBC$ .

- 15** Решите неравенство  $\frac{x^3 - 64}{|x - 4|} - x|x - 4| \geq 0$ .

- 16** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 600 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:  
— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;  
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;  
— к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.  
Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

**17** Диагонали равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны. Окружность с диаметром  $AD$  пересекает боковую сторону  $CD$  в точке  $M$ , а окружность с диаметром  $CD$  пересекает основание  $AD$  в точке  $N$ . Отрезки  $AM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $P$ .

- а) Докажите, что точка  $P$  лежит на диагонали  $BD$  трапеции  $ABCD$ .  
б) Найдите расстояние от точки  $P$  до боковой стороны  $AB$ , если  $BC = 3$ ,  $AD = 21$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$2a(a+1) - 3(a+1)(3^{x-1} - 1) \leq 3(x^2 - 4x)(3^{x-1} - 1) - 2ax^2 + 8ax$$

имеет решения на промежутке  $[0; 1)$ .

**19** Есть четыре коробки: в первой коробке находятся 105 камней, во второй — 106, в третьей — 107, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок, всего три камня, и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Мог ли в первой коробке оказаться 101 камень, во второй — 106, в третьей — 107, а в четвёртой — 4?  
б) Могло ли во второй коробке оказаться 318 камней?  
в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?

**Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ****11 класс**

13 декабря 2023 года

Вариант МА2310212

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!*****Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

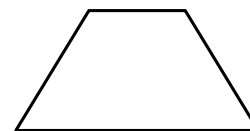
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1 Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если известно, что разность противолежащих углов равна  $70^\circ$ ? Ответ дайте в градусах.

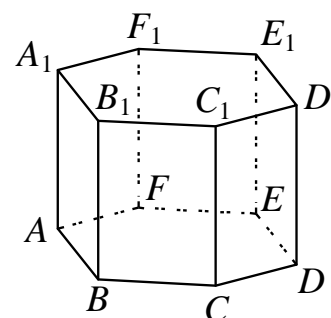


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны 10 и 13 соответственно, а угол между ними равен  $120^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $B, C, D, E, B_1, C_1, D_1, E_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 14, а боковое ребро равно 6.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5 или 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На фабрике керамической посуды 30% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 55% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

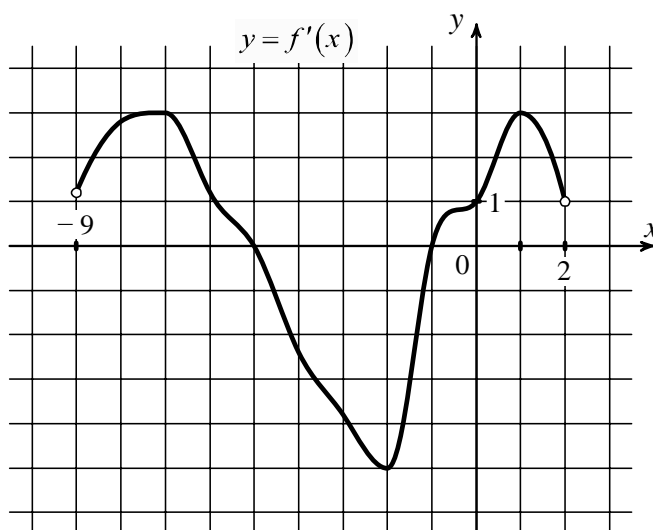
- 6 Решите уравнение  $\sqrt{56-x} = -x$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{(5a^2)^3 \cdot (3b)^2}{(15a^3b)^2}$  при  $a = \log_3 5$  и  $b = \log_3 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 2)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -x + 16$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

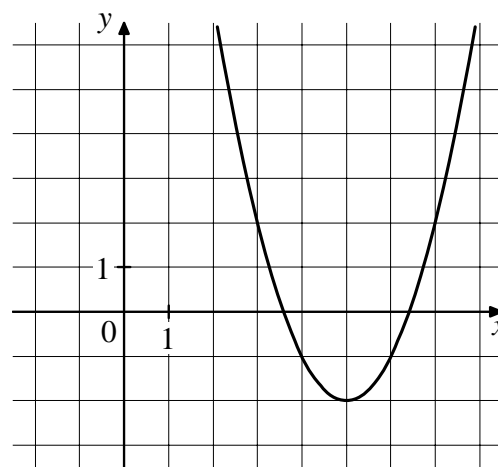
- 9** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 500$  рублей за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 200$  рублей, постоянные расходы предприятия составляют  $f = 500\,000$  рублей в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 700 000 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 560 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 56 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  целые. Найдите значение  $f(-1)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = 23x - 20\sin x + 24$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $5 \sin 2x + 5 \sin x + 14 \cos x + 7 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

**14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 8, а боковое ребро  $SA$  равно 6. На рёбрах  $AB$  и  $SC$  отмечены точки  $L$  и  $N$  соответственно, причём  $AL:LB = SN:NC = 1:2$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $LN$  и параллельна прямой  $BC$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $SA$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $SBC$ .

**15** Решите неравенство  $\frac{x^3 - 8}{|x - 2|} - x|x - 2| \geq 0$ .

**16** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 12 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 17 % по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2032, 2033, 2034, 2035, 2036 и 2037 годов долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2037 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

**17** Диагонали равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны. Окружность с диаметром  $AD$  пересекает боковую сторону  $CD$  в точке  $M$ , а окружность с диаметром  $CD$  пересекает основание  $AD$  в точке  $N$ . Отрезки  $AM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $P$ .

а) Докажите, что точка  $P$  лежит на диагонали  $BD$  трапеции  $ABCD$ .

б) Найдите расстояние от точки  $P$  до боковой стороны  $AB$ , если  $BC = 7$ ,  $AD = 23$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$2a(a+1) - 3(a+1)(3^{x-1} - 1) \leq 3(x^2 - 4x)(3^{x-1} - 1) - 2ax^2 + 8ax$$

имеет решения на промежутке  $[1; 2)$ .

**19** Есть четыре коробки: в первой коробке находятся 97 камней, во второй — 98, в третьей — 99, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок, всего три камня, и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 93 камня, во второй — 98, в третьей — 99, а в четвёртой — 4?

б) Могло ли в третьей коробке оказаться 294 камня?

в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?