

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

11 февраля 2025 года
Вариант МА2410309
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

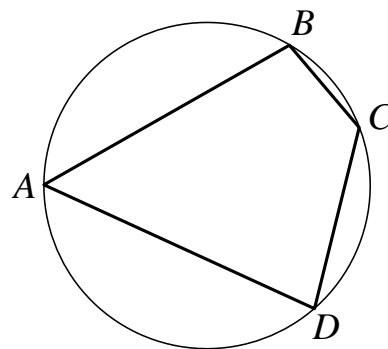
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

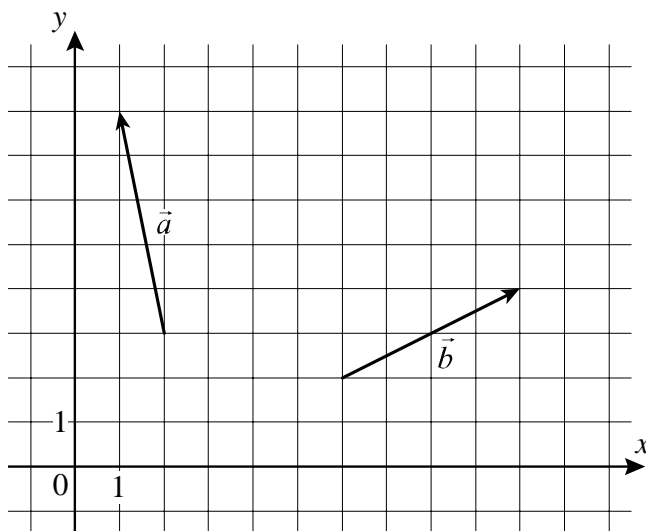
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Стороны AB , BC , CD и AD четырёхугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 50° , 23° , 25° , 262° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



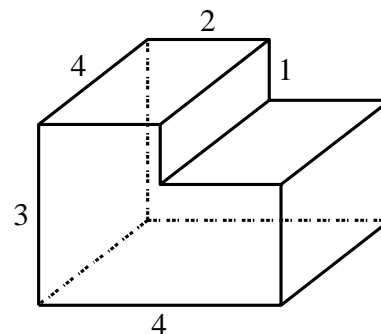
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 4 В классе 9 учащихся, среди них два друга — Михаил и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Андрей окажутся в разных группах.

Ответ: _____.

- 5 Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

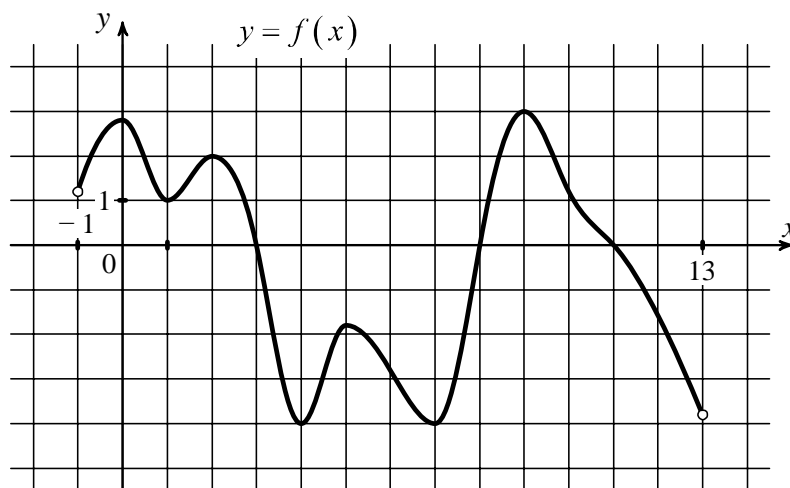
- 6 Найдите корень уравнения $3^{2x-19} = \frac{1}{27}$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(4x^2 + 9y^2 - (2x + 3y)^2) : (6xy)$, при $x = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $y = 1,81$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 13)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[3; 11]$.



Ответ: _____.

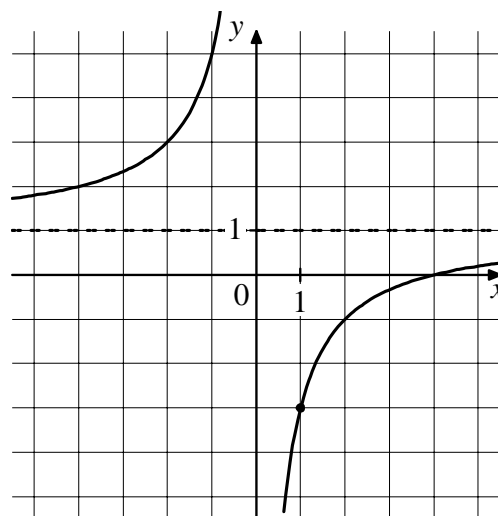
- 9 Очень лёгкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 8 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 3$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля составляет $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвётся от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_{\text{л}}$ была не меньше чем $6 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 10** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью меньше скорости первого на 18 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 105 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она меньше 62 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 0,75.



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку максимума функции $y = (73 - x)e^{x+73}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $49^{-\sqrt{1-\sin^2 x}} - 49^{\cos x} = -\frac{48}{7}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона AB основания равна 5, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{5}$. На рёбрах BC и $C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причём $BK = C_1 L = 2$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая $A_1 C$ перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка A_1 , а основание — сечение данной призмы плоскостью γ .

15 Решите неравенство $\frac{\log_3(3-x) - \log_3(x+1)}{\log_3^2 x^2 + \log_3 x^4 + 1} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным первоначальному;

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

— к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 4 млн рублей.

17 Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP:PB = CQ:QB = CW:WD = 1:3$. В треугольнике PQW угол W острый, при этом радиус описанной около этого треугольника окружности равен $\frac{5}{4}$, $PQ = 2$, $QW = \frac{3}{2}$.

а) Докажите, что треугольник PQW прямоугольный.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$|x + 3a + 10| + |x - 3a - 14| \leq 3|x| + 3|x - 2|$$

выполняется при всех значениях x .

19 На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 7, а среднее арифметическое шести наибольших равно 21.

а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 5?

б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 16?

в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

11 февраля 2025 года

Вариант МА2410310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

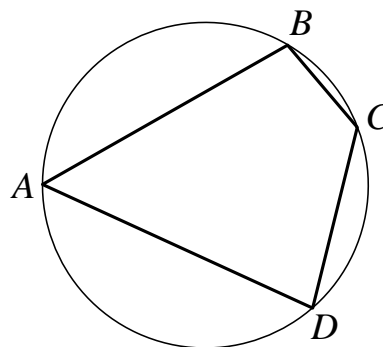
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

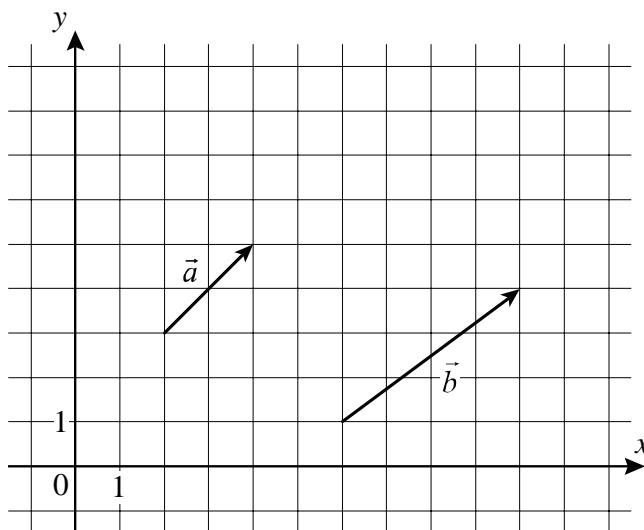
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Стороны AB , BC , CD и AD четырёхугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 83° , 81° , 64° , 132° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



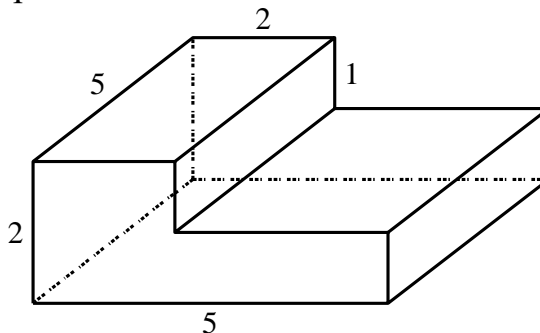
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 4 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в разных группах.

Ответ: _____.

- 5 Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что было сделано два броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

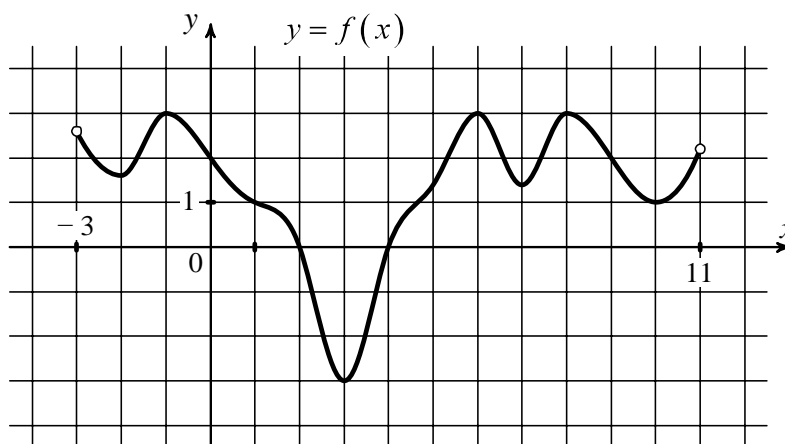
- 6 Найдите корень уравнения $2^{x-9} = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(x^2 + 9y^2 - (x - 3y)^2) : (-6xy)$, при $x = \frac{\sqrt{5}}{6}$, $y = 0,38$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[4; 9]$.



Ответ: _____.

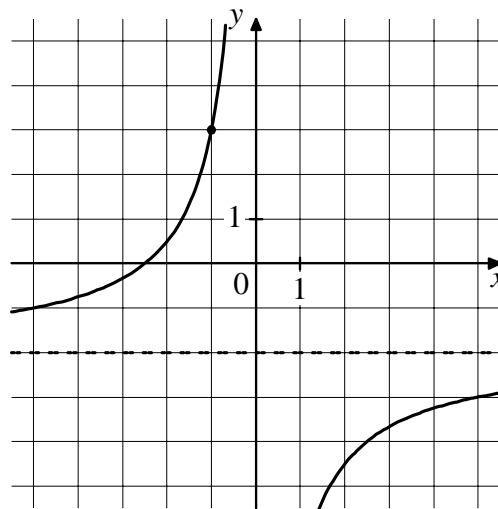
- 9 Очень лёгкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 4$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля составляет $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвётся от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_{\text{л}}$ была не меньше чем $5 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 10 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью меньше скорости первого на 6 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 56 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 30 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно -27 .



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку максимума функции $y = (34 - x)e^{x+34}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $36^{\sqrt{1-\sin^2 x}} - 36^{\cos x} = \frac{35}{6}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона AB основания равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $2\sqrt{6}$. На рёбрах BC и $C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причём $BK = C_1 L = 1$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая $A_1 C$ перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка A_1 , а основание — сечение данной призмы плоскостью γ .

15 Решите неравенство $\frac{\log_4(3-x) - \log_4(x+1)}{\log_4^2 x^2 + 2\log_4 x^4 + 4} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 8% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным первоначальному;

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

— к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 13 млн рублей.

17 Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP:PB = CQ:QB = CW:WD = 2:3$. В треугольнике PQW угол W острый, при этом радиус описанной около этого треугольника окружности равен $\frac{13}{4}$, $PQ = 6$, $QW = \frac{5}{2}$.

а) Докажите, что треугольник PQW прямоугольный.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$|x + 2a + 6| + |x - 2a - 14| \leq 4|x| + 4|x - 4|$$

выполняется при всех значениях x .

19 На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 10, а среднее арифметическое шести наибольших равно 30.

а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 8?

б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 22?

в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

11 февраля 2025 года

Вариант МА2410311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

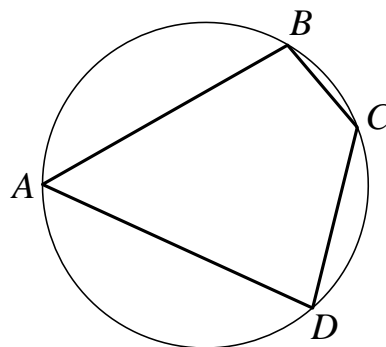
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол BAD равен 16° . Найдите угол BCD .
Ответ дайте в градусах.

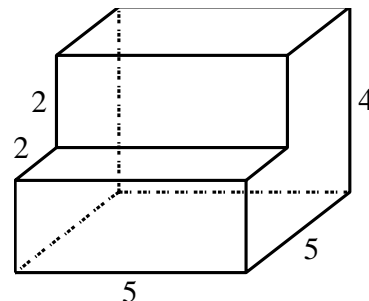


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a} (6; -2)$ и $\vec{b} (4; 6)$. Найдите скалярное произведение \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 4** В группе 21 человек, среди них — Иван и Елена. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Иван и Елена окажутся в одной подгруппе.

Ответ: _____.

5 Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 8. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

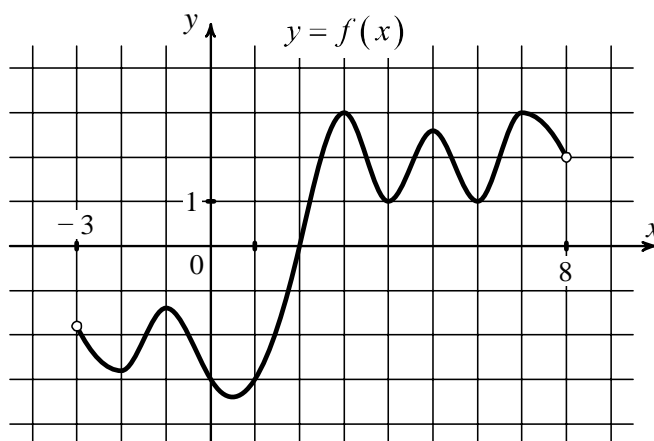
6 Найдите корень уравнения $3^{3-x} = 81$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\left((x+4y)^2 - x^2 - 16y^2\right) : (4xy)$, при $x = 1,94$, $y = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[0; 6,5]$.



Ответ: _____.

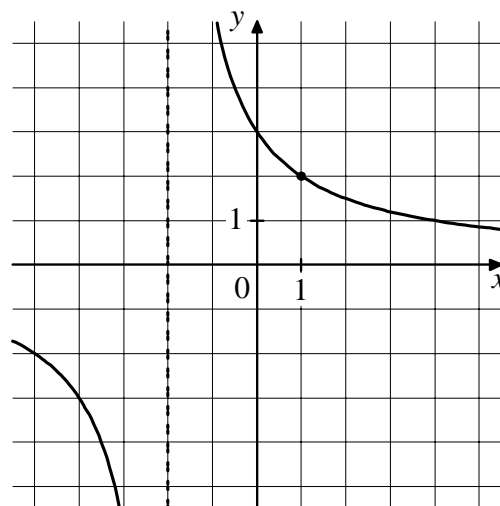
- 9 Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку (в Н·м), определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$, где $I = 10$ А — сила тока в рамке, $B = 6 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0,3$ м — размер рамки, $N = 500$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 1,35 Н·м?

Ответ: _____.

- 10 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 42 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 8 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -0,3$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = (48 - x)e^{48-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $25^{-\sqrt{1-\cos^2 x}} - 25^{\sin x} = -\frac{24}{5}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона AB основания равна 7, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{7}$. На рёбрах BC и $C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причём $BK = C_1 L = 3$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая $A_1 C$ перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка A_1 , а основание — сечение данной призмы плоскостью γ .

15 Решите неравенство $\frac{\log_5(x+1) - \log_5(5-x)}{\log_5^2 x^2 + 3\log_5 x^4 + 9} \leq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным первоначальному;

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

— к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 9 млн рублей.

17 Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP:PB = CQ:QB = CW:WD = 2:5$. В треугольнике PQW угол W острый, при этом радиус описанной около этого треугольника окружности равен $\frac{17}{4}$, $PQ = \frac{15}{2}$, $QW = 4$.

а) Докажите, что треугольник PQW прямоугольный.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$|x + 2a + 8| + |x - 2a - 16| \leq 3|x| + 3|x - 4|$$

выполняется при всех значениях x .

19 На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 4, а среднее арифметическое шести наибольших равно 12.

а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 2?

б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 9?

в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

11 февраля 2025 года

Вариант МА2410312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

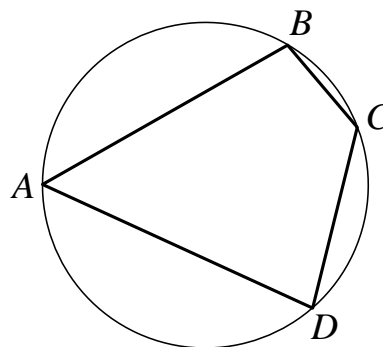
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол BAD равен 42° . Найдите угол BCD .
Ответ дайте в градусах.

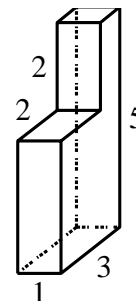


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(5; 3)$ и $\vec{b}(-3; 6)$. Найдите скалярное произведение \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 4 В группе 16 человек, среди них — Анна и Татьяна. Группу случайным образом делят на 4 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Анна и Татьяна окажутся в одной подгруппе.

Ответ: _____.

5 Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 9. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

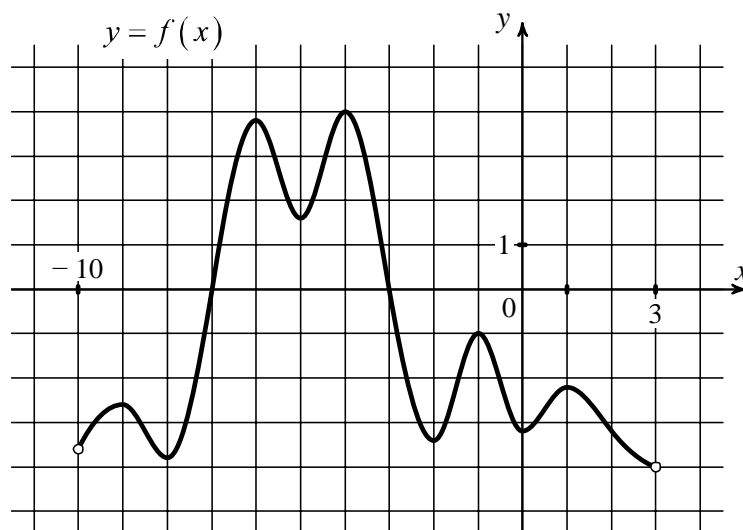
6 Найдите корень уравнения $2^{2-2x} = 64$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $((2x - y)^2 - 4x^2 - y^2) : (xy)$, при $x = 2,07$, $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-7; 2]$.



Ответ: _____.

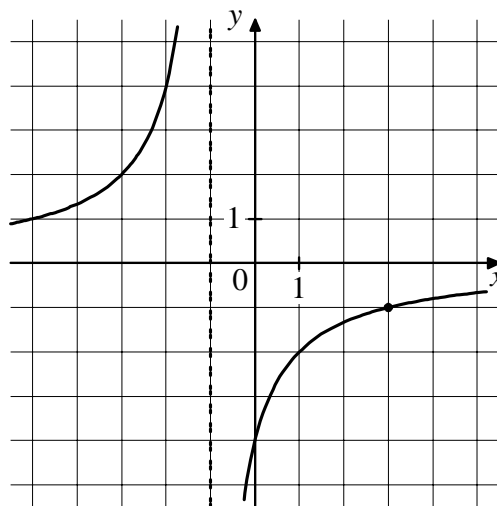
- 9** Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку (в Н·м), определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$, где $I = 5$ А — сила тока в рамке, $B = 7 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0,2$ м — размер рамки, $N = 800$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше $0,56$ Н·м?

Ответ: _____.

- 10** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 21 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 4 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 0,4$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = (58 - x)e^{58-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $9^{\sqrt{1-\cos^2 x}} - 9^{\sin x} = \frac{8}{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[4\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона AB основания равна 8, а боковое ребро AA_1 равно 4. На рёбрах BC и $C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причём $BK = C_1 L = 3$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая $A_1 C$ перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка A_1 , а основание — сечение данной призмы плоскостью γ .

15 Решите неравенство $\frac{\log_6(x+1) - \log_6(6-x)}{\log_6^2 x^2 + \log_6 x^4 + 1} \leq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным первоначальному;

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

— к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 11 млн рублей.

17 Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP:PB = CQ:QB = CW:WD = 1:2$. В треугольнике PQW угол W острый, при этом радиус описанной около этого треугольника окружности равен $\frac{25}{4}$, $PQ = 12$, $QW = \frac{7}{2}$.

а) Докажите, что треугольник PQW прямоугольный.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$|x + 2a + 12| + |x - 2a - 18| \leq 4|x| + 4|x - 3|$$

выполняется при всех значениях x .

19 На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 6, а среднее арифметическое шести наибольших равно 18.

а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 4?

б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 14?

в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.