

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 марта 2025 года

Вариант МА2410409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

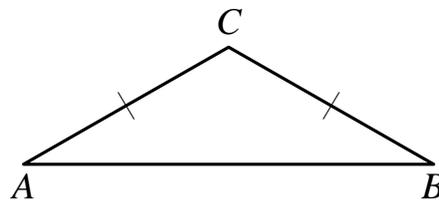
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В треугольнике ABC угол A равен 17° , стороны AC и BC равны. Найдите угол C .
Ответ дайте в градусах.

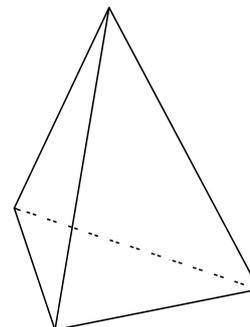


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(-23; 9)$, $\vec{b}(-16; -8)$ и $\vec{c}(-5; 1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - 9\vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?



Ответ: _____.

- 4 Из множества натуральных чисел от 25 до 40 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 4?

Ответ: _____.

- 5 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,04. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: _____.

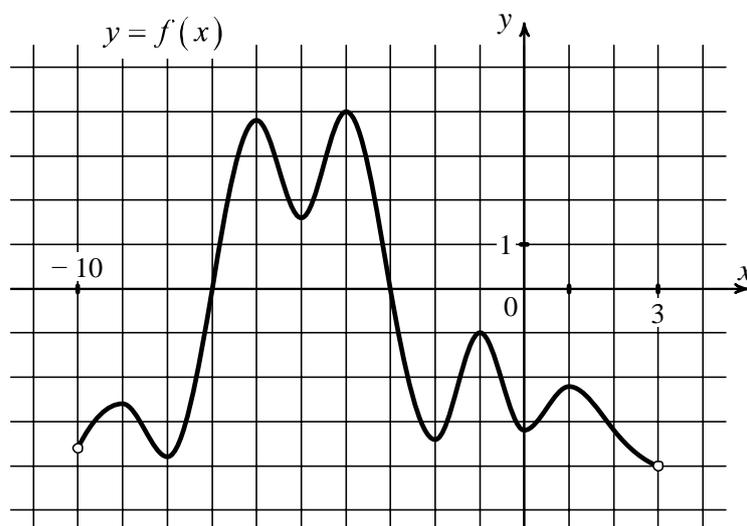
6 Найдите корень уравнения $(x-10)^2 = (x+14)^2$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_4(\log_3 81)$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от -2 до 2 .

Составители рейтинга считают, что объективность ценится впятеро, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 5Tr + Q}{A}.$$

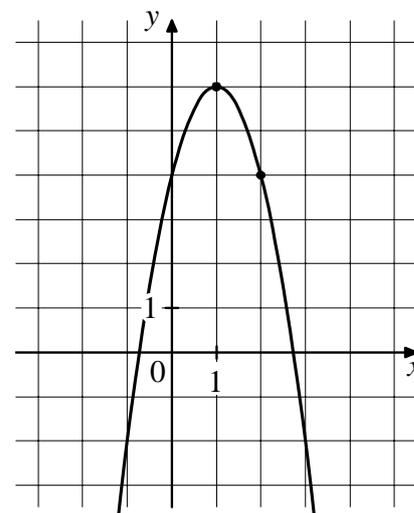
Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____.

10 Заказ на изготовление 210 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 1 деталь больше второго?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -2x^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = (x + 53)e^{x-53}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2\sqrt{3}\sin^2 x = \sin x - 2\sqrt{3}.$$

- б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 16, высота SH равна 9. Точка K — середина бокового ребра SA , а точка N — середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

- а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

- 15 Решите неравенство $\log_{12}(7x^2 + 6) - \log_{12}(x^2 + x + 1) \geq \log_{12}\left(\frac{x}{x+4} + 6\right)$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 24 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,421 млн рублей?

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 24, $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = (\sqrt{-x})^4 - 5 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа,

за один ход получают дробь $\frac{2a+b}{3a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{4}$ получить дробь $\frac{63}{82}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{11}{16}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,75. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 марта 2025 года

Вариант МА2410410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

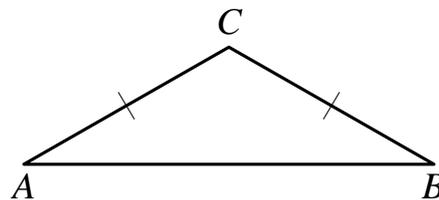
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В треугольнике ABC угол A равен 42° , стороны AC и BC равны. Найдите угол C .
Ответ дайте в градусах.

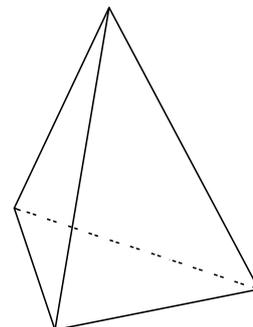


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(7; -5)$, $\vec{b}(-9; 5)$ и $\vec{c}(25; -12)$. Найдите длину вектора $4\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 3 раза?



Ответ: _____.

- 4 Из множества натуральных чисел от 21 до 35 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?

Ответ: _____.

- 5 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,08. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: _____.

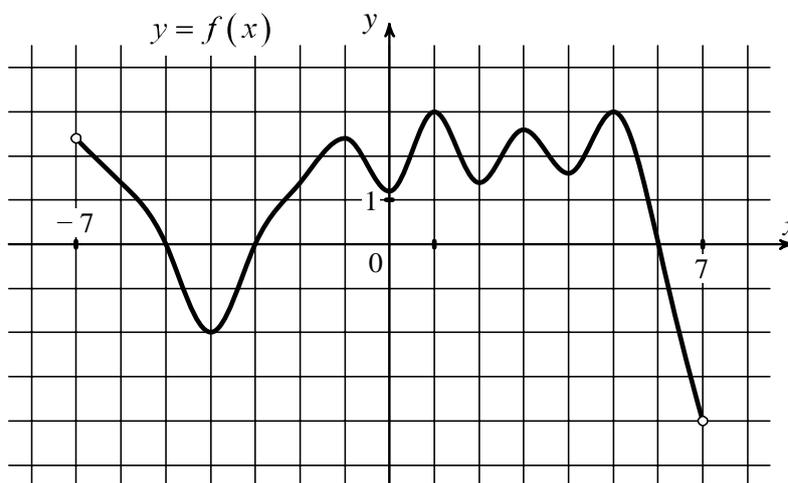
6 Найдите корень уравнения $(3x - 11)^2 = (3x - 7)^2$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_{16}(\log_2 4)$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr + Q}{A}.$$

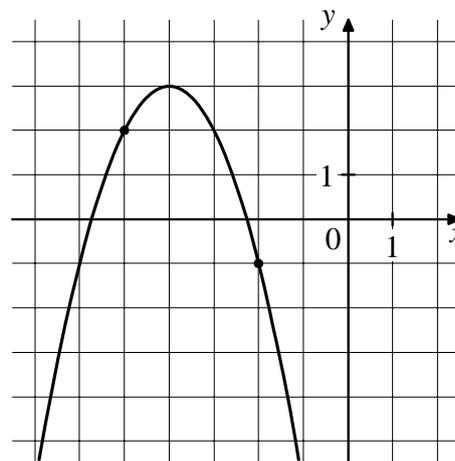
Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____.

10 Заказ на изготовление 170 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -x^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-8)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = (x + 7)e^{x-7}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin^2 x = \sin x - 2.$$

- б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 10, высота SH равна 15. Точка K — середина бокового ребра SA , а точка N — середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

- а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

- 15 Решите неравенство $\log_{13}(6x^2 + 5) - \log_{13}(x^2 + x + 1) \geq \log_{13}\left(\frac{x}{x+3} + 5\right)$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,221 млн рублей?

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 12, $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = (\sqrt{x})^4 - 7 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа,

за один ход получают дробь $\frac{2a+b}{3a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{3}$ получить дробь $\frac{53}{69}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{8}{13}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,76. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 марта 2025 года

Вариант МА2410411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

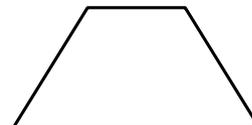
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Основания равнобедренной трапеции равны 11 и 21. Боковые стороны равны 13. Найдите длину диагонали трапеции.

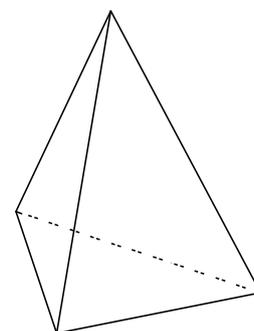


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(-2; \sqrt{6})$ и $\vec{b}(2; \sqrt{6})$. Найдите косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 6 раз?



Ответ: _____.

- 4 В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

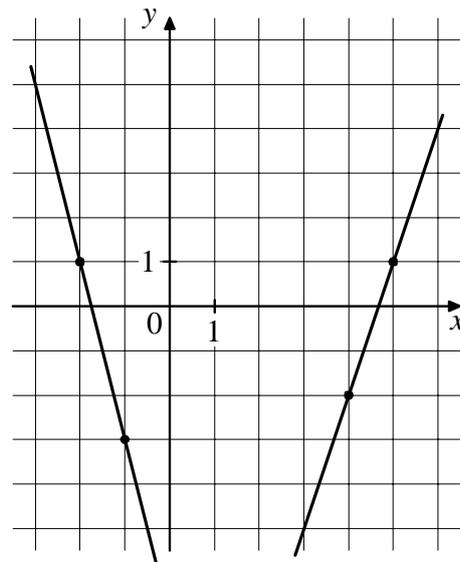
- 5 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: _____.

- 10** Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 201 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 29)^2 e^{-27-x}$ на отрезке $[-28; -26]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos^2 x = \cos x - 2.$$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, высота SH равна 18. Точка K — середина бокового ребра SA , а точка N — середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

- а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

15 Решите неравенство $\log_{14}(6x^2 + 5) - \log_{14}(x^2 + x + 1) \geq \log_{14}\left(\frac{x}{x+2} + 5\right)$.

16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,022 млн рублей?

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 36, $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{3 - x} \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{5}$ получить дробь $\frac{32}{45}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{9}{14}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,68. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 марта 2025 года

Вариант МА2410412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

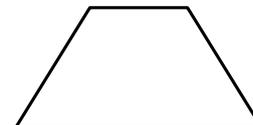
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Основания равнобедренной трапеции равны 9 и 21. Боковые стороны равны 10. Найдите длину диагонали трапеции.

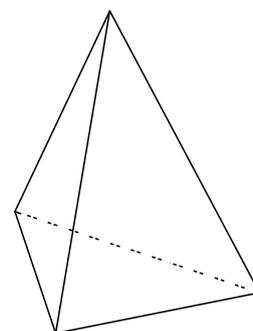


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(2; \sqrt{21})$ и $\vec{b}(2; -\sqrt{21})$. Найдите косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?



Ответ: _____.

- 4 В среднем из 600 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 5 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: _____.

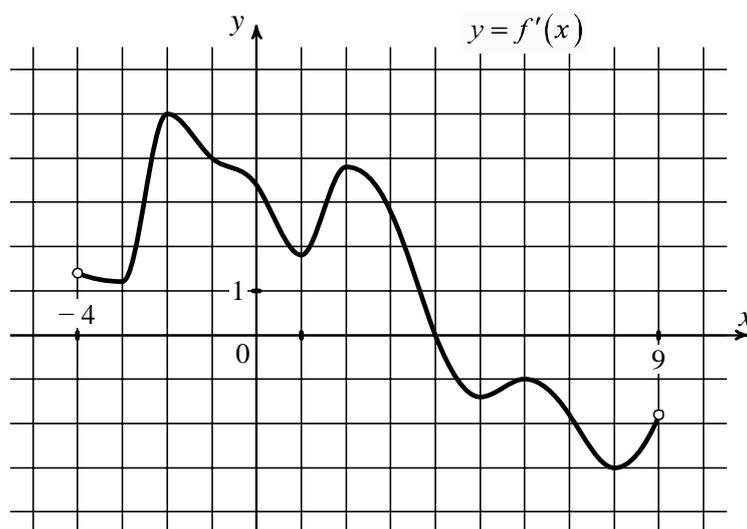
6 Найдите корень уравнения $5^{7-x} = 25^{3x}$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-1; 6]$.



Ответ: _____.

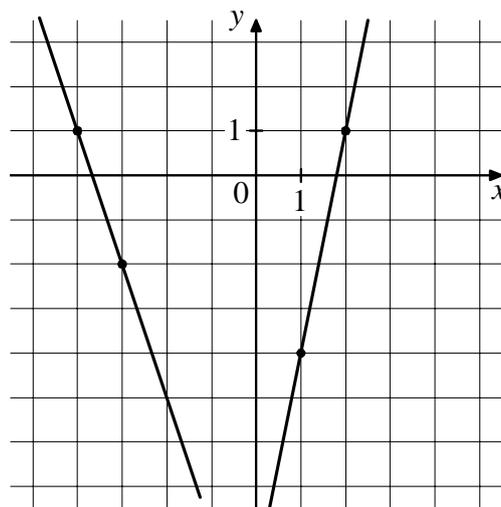
9 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 8,1 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $6,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

- 10** Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 56 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 2 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 15)^2 e^{-13-x}$ на отрезке $[-14; -12]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2\sqrt{3}\cos^2 x = 2\sqrt{3} - \cos x.$$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, высота SH равна 12. Точка K — середина бокового ребра SA , а точка N — середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

- а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

15 Решите неравенство $\log_{14}(8x^2 + 7) - \log_{14}(x^2 + x + 1) \geq \log_{14}\left(\frac{x}{x+3} + 7\right)$.

16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 22 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,572 млн рублей?

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 30, $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{x+6} \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{4}$ получить дробь $\frac{27}{38}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{8}{15}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,69. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?